

Два замечания о порожденных ω -локальных классах Фиттинга

И.В. БЛИЗНЕЦ¹, Н.Н. ВОРОБЬЕВ², И.А. ГРИГОРЬЕВ²

Найдены новые свойства порожденных частично локальных классов Фиттинга.

Ключевые слова: класс Фиттинга, комонолит группы, коцокль группы, комонолитическая группа, нормально наследственный класс, ω -локальная H-функция, минимальная ω -локальная H-функция, ω -локальный класс Фиттинга.

New properties of generated partially local Fitting classes were found.

Keywords: Fitting class, comonolith of group, cosocle of group, comonolithic group, normally hereditary class, ω -local H-function, minimal ω -local H-function, ω -local Fitting class.

В работе рассматриваются только конечные группы. Мы будем использовать стандартную терминологию, принятую в [1], [2]. Напомним, что *классом Фиттинга* называется класс групп F , замкнутый относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп из F .

В дальнейшем ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел и $\omega = \mathbf{P} \setminus \omega$. Символы (1) , N_p и $G_{p'}$ обозначают соответственно класс всех единичных групп, класс всех p -групп и класс всех p' -групп. Символ $G_{\omega d}$ обозначает класс всех единичных и таких неединичных групп, у которых каждый композиционный фактор A таков, что $\omega \cap \pi(A) \neq \emptyset$, где $\pi(A)$ – множество всех различных простых делителей порядка группы A .

Для произвольного класса групп $F \supseteq (1)$ через G^F обозначено пересечение всех таких нормальных подгрупп N , что $G/N \in F$. В частности, $O^p(G) = G^{N_p}$, $G^{\omega d} = G^{G_{\omega d}}$ и $F^p(G) = (G^{G_{p'}})^{N_p}$.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f: \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\} \quad (*)$$

где $f(\omega') \neq \emptyset$. Следуя [2], сопоставим функции f класс групп

$$LR_{\omega}(f) = (G \mid G_{\omega d}(G) \in f(\omega') \text{ и } F^p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G)).$$

Если класс Фиттинга F таков, что $F = LR_{\omega}(f)$ для некоторой функции f вида $(*)$, то F называется ω -локальным классом Фиттинга с ω -локальной функцией Хартли f (более кратко – ω -локальной H-функцией). В случае, когда $\omega = \{p\}$, класс Фиттинга называется p -локальным, а в случае, когда $\omega = \mathbf{P}$, символ ω опускается и класс Фиттинга называется локальным.

Настоящая работа посвящена изучению свойств порожденных ω -локальных классов Фиттинга. Следующая теорема дуализирует результаты, полученные А.Н. Скибой в теории формаций, связанные с доказательством индуктивности решетки всех функторно замкнутых n -кратно насыщенных формаций [1].

Теорема. Пусть M – разрешимый нормально наследственный класс и $A \in l_{\omega} \text{fit} M$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) если $O^p(A) = A$ и $p \in \omega$, то $A \in l_{\omega} \text{fit} M_1$, где $M_1 = (O^p(G) \mid G \in M)$;
- 2) если $A^{\omega d} = A$, то $A \in l_{\omega} \text{fit} M_2$, где $M_2 = (G^{\omega d} \mid G \in M)$.

Через $l_{\omega} \text{fit} X$ обозначено пересечение всех таких ω -локальных классов Фиттинга, которые содержат совокупность групп X . Символом $l_p \text{fit} X$ обозначено пересечение всех таких p -локальных классов Фиттинга, которые содержат совокупность групп X . В частности, $l \text{fit} X$ – пересечение всех локальных классов Фиттинга, которые содержат совокупность групп X , а $\text{fit} X$ – пересечение всех таких классов Фиттинга, которые содержат совокупность групп X .

Напомним несколько известных утверждений, которые потребуются для доказательства основного результата.

Лемма 1 ([2, лемма 21]). Пусть $F = \bigcap_{i \in I} F_i$, где $F_i = LR_{\omega}(f_i)$. Тогда $F = LR_{\omega}(f)$, где $f = \bigcap_{i \in I} f_i$.

Пусть $\{f_i \mid i \in I\}$ – набор всех ω -локальных H -функций класса Фиттинга F . Тогда по лемме 1 $\bigcap_{i \in I} f_i$ – ω -локальная H -функция класса F , называемая *минимальной ω -локальной H -функцией* класса Фиттинга F [2].

Следующее утверждение дает способ построения минимальной ω -локальной H -функции класса Фиттинга F .

Лемма 2 ([2, лемма 22]). Если $F = l_\omega \text{fit} X$ и f – минимальная ω -локальная H -функция класса F , то справедливы следующие утверждения:

- 1) $f(\omega') = \text{fit}(G^{\omega d} \mid G \in X)$;
- 2) $f(p) = \text{fit}(F^p(G) \mid G \in X)$ для всех $p \in \omega$;
- 3) $F = LR_\omega(h)$, где $h(\omega') = F$ и $h(p) = f(p)$ для всех $p \in \omega$.

Лемма 3 ([2, лемма 1]). Пусть N – нормальная подгруппа группы G . Справедливы следующие утверждения:

- 1) если G/N – p' -группа, то $F^p(G) = F^p(N)$;
- 2) если $G/N \in G_{\omega d}$, то $G^{\omega d} = N^{\omega d}$.

Лемма 4 ([3, гл. IX, лемма 2.12]). Пусть F – фиттингова формация и пусть $G = N_1 N_2$, где N_1 и N_2 – нормальные подгруппы группы G . Тогда $G^F = (N_1)^F (N_2)^F$.

Лемма 5. Если M – максимальная нормальная подгруппа группы G и N – любая, не содержащаяся в M , нормальная подгруппа группы G , то подгруппа $N \cap M$ также является максимальной нормальной в N .

Лемма 6. Пусть $N_1, \dots, N_t$ – такие максимальные нормальные подгруппы группы G ($t > 2$), что для любых трех попарно различных индексов i, j, k имеет место $N_i \cap N_j \not\subseteq N_k$. Тогда

$$\prod_{\{i_1, \dots, i_r\}} (N_{i_1} \cap \dots \cap N_{i_r}) = G,$$

где $\{i_1, \dots, i_r\}$ пробегает всевозможные выборки по r элементов из $\{1, \dots, t\}$ и $1 < r < t$.

Доказательство. Проведем индукцию по r . Пусть $r = 2$. Заметим, что, если найдутся такие попарно различные индексы $p, q, s \in \{1, \dots, t\}$, что $N_p \cap N_q = N_p \cap N_s$, то получаем $N_p \cap N_q \cap N_s = N_p \cap N_s$, т. е. $N_p \cap N_s \subseteq N_q$. Последнее невозможно по условию. Значит, $N_p \cap N_q \neq N_p \cap N_s$ для любых трех попарно различных индексов $p, q, s \in \{1, \dots, t\}$. Поэтому ввиду леммы 5

$$\prod_{\{i, j\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_i \cap N_j) = ((N_1 \cap N_2)(N_1 \cap N_3) \dots (N_1 \cap N_t))$$

$$((N_2 \cap N_3)(N_2 \cap N_4) \dots (N_2 \cap N_t)) \dots (N_{t-1} \cap N_t) = N_1 N_2 \dots N_{t-2} (N_{t-1} \cap N_t) = G$$

Допустим теперь, что $r > 2$ и при $r - 1$ лемма верна. Пусть $\{j_1, \dots, j_{r-1}\} \subseteq \{1, \dots, t\}$. Допустим, что найдутся два таких различных индекса $a, b \in \{1, \dots, t\} \setminus \{j_1, \dots, j_{r-1}\}$, что $N_a \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}} = N_b \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}$. Тогда

$$N_a \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}} \subseteq N_b \text{ и } N_b \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}} \subseteq N_a.$$

Поэтому $(N_a \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}})(N_b \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}) = N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}$.

Если же $N_a \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}} \neq N_b \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}$, то по лемме 5 снова получаем

$$(N_a \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}})(N_b \cap N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}) = N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}.$$

Таким образом, для любой выборки $\{j_1, \dots, j_{r-1}\}$ множества индексов из $\{1, \dots, t\}$ в

$$\prod_{\{i_1, \dots, i_r\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{i_1} \cap \dots \cap N_{i_r})$$

всегда найдутся два таких сомножителя, произведение которых равно $N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}$. Значит,

$$\prod_{\{j_1, \dots, j_{r-1}\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}) \subseteq \prod_{\{i_1, \dots, i_r\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{i_1} \cap \dots \cap N_{i_r}).$$

$$\prod_{\{j_1, \dots, j_{r-1}\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}) = G.$$

Значит, $\prod_{\{j_1, \dots, j_{r-1}\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{j_1} \cap \dots \cap N_{j_{r-1}}) = \prod_{\{i_1, \dots, i_r\} \subseteq \{1, \dots, t\}} (N_{i_1} \cap \dots \cap N_{i_r}) = G$.

Лемма доказана.

Группа G называется *комонолитической*, если в G имеется такая нормальная подгруппа M (*комонолит группы* G), что G/M – простая группа и любая собственная нормальная подгруппа N группы G содержится в M . Напомним, что *коцоколем* группы G (обозначается $\text{Cosoc}(G)$) называется пересечение всех максимальных нормальных подгрупп группы G .

Лемма 7. Пусть $\text{Cosoc}(G) = N_1 \cap \dots \cap N_t$, где N_i – максимальная нормальная подгруппа группы G и $t > 1$, $\text{Cosoc}(G) \neq N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$ для всех $i \in \{1, \dots, t\}$ и G – группа с $O^p(G) = G$, где $p \in \omega$. Пусть M_i – наименьшая нормальная в G подгруппа, содержащаяся в $N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$, но не содержащаяся в N_i . Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) для любого $i \in \{1, \dots, t\}$ группа M_i комонотична с комонотом $M_i \cap N_i$, причем $O^p(M_i) = M_i$;
- 2) $\prod_{i=1}^t M_i = G$.

Доказательство. Пусть G – группа с $O^p(G) = G$, где $p \in \omega$, удовлетворяющая условиям леммы. Докажем выполнимость первого утверждения леммы.

Предположим, что группа M_i – не комонотична. Тогда M_i обладает по крайней мере двумя различными максимальными нормальными подгруппами T и $M_i \cap N_i$.

Если $T \subseteq N_i$, то $T \subseteq M_i \cap N_i$, что противоречит максимальнойности T . Следовательно, $T \not\subseteq N_i$ и $T \subseteq N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$. Но ввиду того, что M_i – наименьшая из нормальных подгрупп группы G с этими двумя свойствами, то $M_i \subseteq T$. Поэтому $M_i = T$. Противоречие. Следовательно, M_i – комонотическая группа и ее комонот совпадает с $M_i \cap N_i$.

Покажем, что $O^p(M_i) = M_i$. Предположим, что $O^p(M_i) \neq M_i$. Тогда $O^p(M_i) \subseteq M_i \cap N_i = \text{Cosoc}(M_i) \subseteq N_i$. Поскольку $O^p(M_i)O^p(N_i)/O^p(N_i) \subseteq N_i/O^p(N_i) \in N_p$, тогда

$$O^p(M_i)/O^p(M_i) \cap O^p(N_i) \cong O^p(M_i)O^p(N_i)/O^p(N_i) \in N_p.$$

Отсюда $O^p(M_i) = O^p(O^p(M_i)) \subseteq O^p(M_i) \cap O^p(N_i) \subseteq O_p(N_i)$. Итак, $O^p(M_i) \subseteq O^p(N_i)$. Ввиду того, что $M_i \not\subseteq N_i$ имеем $G = M_i N_i$. Вместе с тем по условию $O^p(G) = G$. Значит, $G = O^p(M_i N_i)$. По лемме 4 $G = O^p(M_i)O^p(N_i)$. Так как $O^p(M_i) \subseteq O^p(N_i)$, то $G = O^p(M_i)O^p(N_i) = O^p(N_i)$. Значит, $GN_i = G = O^p(N_i)N_i = N_i$. Противоречие. Следовательно, $O^p(M_i) = M_i$.

Докажем теперь второе утверждение леммы.

Предположим, что $\prod_{i=1}^t M_i \subset G$ и пусть R – максимальная нормальная подгруппа группы

G , содержащая $\prod_{i=1}^t M_i$. Если $R = N_i$, для некоторого $i \in \{1, \dots, t\}$, то $M_i \subseteq \prod_{i=1}^t M_i \subseteq N_i$. Противоречие. Значит, $R \neq N_i$ для всех $i \in \{1, \dots, t\}$. Поэтому R совпадает с одной из максимальных нормальных подгрупп группы G не входящих в $\text{Cosoc}(G)$. Значит, $N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t \subset R$.

Следовательно, $\prod_{i=1}^t (N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t) \subset R$.

Вместе с тем по лемме 6 $\prod_{i=1}^t (N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t) = G$. Полученное противоречие

показывает, что $\prod_{i=1}^t M_i = G$. Лемма доказана.

Аналогично из лемм 4 и 6 получаем следующее утверждение.

Лемма 8. Пусть $\text{Cosoc}(G) = N_1 \cap \dots \cap N_t$, где N_i – максимальная нормальная подгруппа группы G и $t > 1$, $\text{Cosoc}(G) \neq N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$ для всех $i \in \{1, \dots, t\}$ и G – группа с

$G^{\text{od}} = G$. Пусть M_i – наименьшая нормальная в G подгруппа, содержащаяся в $N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$, но не содержащаяся в N_i . Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) для любого $i \in \{1, \dots, t\}$ группа M_i комонотична с комонотом $M_i \cap N_i$, причем $M_i^{\text{od}} = M_i$;
- 2) $\prod_{i=1}^t M_i = G$.

Доказательство. Пусть G – группа с $G^{\text{od}} = G$, удовлетворяющая условиям леммы. Докажем выполнимость первого утверждения леммы. Рассмотрим доказательство леммы 7 и заменив условие $O^p(G) = G$ условием $G^{\text{od}} = G$, аналогично можно показать, что M_i – комонотическая группа с комонотом $M_i \cap N_i$.

Покажем, что $M_i^{\text{od}} = M_i$. Предположим, что $M_i^{\text{od}} \neq M_i$. Тогда $M_i^{\text{od}} \subseteq M_i \cap N_i = \text{Cosoc}(M_i) \subseteq N_i$. Поскольку $M_i^{\text{od}} N_i^{\text{od}} / N_i^{\text{od}} \subseteq N_i / N_i^{\text{od}} \in G^{\text{od}}$, тогда $M_i^{\text{od}} / M_i^{\text{od}} \cap N_i^{\text{od}} \cong M_i^{\text{od}} N_i^{\text{od}} / N_i^{\text{od}} \in G^{\text{od}}$.

Отсюда $M_i^{\text{od}} = (M_i^{\text{od}})^{\text{od}} \subseteq M_i^{\text{od}} \cap N_i^{\text{od}} \subseteq N_i^{\text{od}}$. Ввиду того, что $M_i \not\subseteq N_i$ имеем $G = M_i N_i$. Вместе с тем по условию $G^{\text{od}} = G$. Значит, $G = (M_i N_i)^{\text{od}}$. По лемме 4 $G = M_i^{\text{od}} N_i^{\text{od}}$, а так как $M_i^{\text{od}} \subseteq N_i^{\text{od}}$, то $G = M_i^{\text{od}} N_i^{\text{od}} = N_i^{\text{od}}$. Отсюда $GN_i = G = M_i^{\text{od}} N_i = N_i$. Противоречие. Значит, $M_i^{\text{od}} = M_i$.

Применяя рассуждения, используемые при доказательстве утверждения 2 леммы 7, получаем второе утверждение леммы. Лемма доказана.

Лемма 9. Пусть f – внутренняя ω -локальная H -функция класса Фиттинга F , $\pi = \omega \cap \pi(A / \text{Cosoc}(A))$. Тогда если для каждого $p \in \pi$ имеет место $F^p(A) \in f(p)$, то $A \in F$.

Доказательство. Пусть $\pi = \{p_1, \dots, p_t\}$, $A^{G_{p_i}} = D^{p_i}$ и $D = D^{p_1} \dots D^{p_t}$. Тогда поскольку $D^{p_i} \subseteq D$, то $A / D^{p_i} / D / D^{p_i} \cong A / D \in G_{p_i}$ для всех $p_i \in \pi$. Следовательно, $A / D \in \bigcap_{p_i \in \pi} S_{p_i} = S_{\pi'}$.

Покажем, что $A = D$. Допустим $A \neq D$. Тогда $D \subseteq M$ для некоторой максимальной нормальной подгруппы M группы A . Так как $\text{Cosoc}(A) \subseteq M$, то

$$\omega \cap \pi(A / M) \subseteq \omega \cap \pi(A / \text{Cosoc}(A)).$$

Поэтому $A / M \in G_{\pi}$. Следовательно, $A / D / M / D \cong A / M \in G_{\pi} \cap G_{\pi'} = (1)$. Противоречие. Значит, $A = D$. Поскольку по условию $F^{p_i}(A) \in f(p_i)$, то $D^{p_i} \in f(p_i) N_{p_i} \subseteq F$. Поэтому $A = D^{p_1} \dots D^{p_t} \in F$. Лемма доказана.

Доказательство теоремы. Докажем первое утверждение теоремы.

Если $A \in M$, то $A = O^p(A) \in (O^p(G) \mid G \in M) \subseteq l_{\omega} \text{fit}(O^p(G) \mid G \in M)$. Пусть $A \notin M$. Предположим, что A – комонотическая группа с комонотом R . Поскольку группа A – разрешима, то A / R – q -группа, для некоторого $q \in P \setminus \{p\}$. Пусть $F_1 = l_{\omega} \text{fit} M$ и f – минимальная ω -локальная H -функция класса Фиттинга F_1 .

Пусть $H_1 = l_{\omega} \text{fit}(O^p(G) \mid G \in M)$ и h – минимальная ω -локальная H -функция класса Фиттинга H_1 . Тогда ввиду леммы 2

$$f(\omega') = \text{fit}(G^{\text{od}} \mid G \in M), \quad f(q) = \text{fit}(F^q(G) \mid G \in M);$$

$$h(\omega') = \text{fit}((O^p(G))^{\text{od}} \mid G \in M), \quad h(q) = \text{fit}(F^q(O^p(G)) \mid G \in M) \text{ для всех } q \in \omega \setminus \{p\}.$$

Так как $G / O^p(G)$ – ωd -группа, то по лемме 3 имеет место $(O^p(G))^{\text{od}} = G^{\text{od}}$. Поэтому $f(\omega') = h(\omega')$. Кроме того, фактор-группа $G / O^p(G)$ является q' -группой. Значит, по лемме 3 имеем $F^q(G) = F^q(O^p(G))$, где $q \in P \setminus \{p\}$. Поэтому $f(q) = h(q)$.

Поскольку $A \in F_1$, то $F^q(A) \in f(q)$ для всех $q \in \omega \cap \pi(A)$. Заметим, что по лемме 3 $F^q(O^p(A)) = F^q(A)$. Следовательно, $F^q(O^p(A)) \in h(q)$ для всех $q \in \omega \cap \pi(O^p(A))$. Значит, согласно лемме 9, $A \in H_1$.

Рассмотрим теперь случай, когда $\text{Cosoc}(A) = N_1 \cap \dots \cap N_t$ ($t > 1$) и

$\text{Cosoc}(A) \neq N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$ для всех $i \in \{1, \dots, t\}$.

Пусть M_i – наименьшая нормальная в A подгруппа, содержащаяся в

$$N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t,$$

но не содержащаяся в N_i . Тогда по лемме 7 $A = M_1 \dots M_t$, где M_i – комонолитическая группа с комонолитом $M_i \cap N_i$. Поскольку $A \in F_1$, то $M_i \in F_1$. Следовательно, по доказанному выше $M_i \in H_1$. Отсюда $A \in H_1$.

Докажем второе утверждение теоремы.

Если $A \in M$, то $A = A^{\omega d} \in (G^{\omega d} \mid G \in M) \subseteq l_{\omega} \text{fit}(G^{\omega d} \mid G \in M)$. Пусть $A \notin M$. Предположим, что A – комонолитическая группа с комонолитом R . Поскольку группа A – разрешима, то A/R – q -группа, для некоторого $q \in P \setminus \{p\}$. Пусть $F_2 = l_{\omega} \text{fit} M$ и f – минимальная ω -локальная H -функция класса Фиттинга F_2 . Пусть $H_2 = l_{\omega} \text{fit}(G^{\omega d} \mid G \in M)$ и h – минимальная ω -локальная H -функция класса Фиттинга H_2 . Тогда ввиду леммы 2

$$\begin{aligned} f(\omega') &= \text{fit}(G^{\omega d} \mid G \in M); \\ h(\omega') &= \text{fit}((G^{\omega d})^{\omega d} \mid G^{\omega d} \in M). \end{aligned}$$

Так как $G^{\omega d} = (G^{\omega d})^{\omega d}$, то $f(\omega') = h(\omega')$.

Поскольку $A = A^{\omega d}$ и $A \in F_2$, то

$$A = A^{\omega d} \in f(\omega') = h(\omega') = \text{fit}((G^{\omega d})^{\omega d} \mid G \in M) \subseteq \text{fit} M \subseteq \text{fit}(G^{\omega d} \mid G \in M) \subseteq H_2.$$

Таким образом, $A \in H_2$.

Рассмотрим теперь случай, когда $\text{Cosoc}(A) = N_1 \cap \dots \cap N_t$ ($t > 1$) и

$$\text{Cosoc}(A) \neq N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$$

для всех $i \in \{1, \dots, t\}$. Пусть M_i – наименьшая нормальная в A подгруппа, содержащаяся в $N_1 \cap \dots \cap N_{i-1} \cap N_{i+1} \cap \dots \cap N_t$, но не содержащаяся в N_i . Применяя теперь лемму 8, снова получаем $A \in H_2$. Теорема доказана.

Из теоремы непосредственно вытекает

Следствие 1. Пусть M – разрешимый нормально наследственный класс и $A \in \text{lfit} M$. Тогда

$$O^p(A) \in \text{lfit}(O^p(G) \mid G \in M).$$

Следствие 2. Пусть M – разрешимый нормально наследственный класс и $A \in l_p \text{fit} M$. Тогда

$$A^{pd} \in l_p \text{fit}(G^{pd} \mid G \in M).$$

Литература

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Скиба, А.Н. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.
3. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter & Co. – 1992. – Vol. 4. – 891 p.
4. Воробьев, Н.Н. Алгебра классов конечных групп : монография / Н.Н. Воробьев. – Витебск : ВГУ им. П.М. Машерова, 2012. – 322 с.

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

²Витебский государственный университет им. П.М. Машерова