УДК 535.343

ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИИ ПОГЛОЩЕНИЯ ОТДЕЛЬНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ С ДИСПЕРСИОННЫМ КОНТУРОМ

Д. С. Ермаков

На ряде примеров показано, что функция поглощения с дисперсионным контуром, определенная в конечном интервале спектра, имеет одно и то же значение при двух различающихся в m раз значениях полуширины линии и неизменной величине остальных аргументов этой функции. Величина спектрального интервала, в котором функция удовлетворяет вышеуказанным условиям, параметр m и другие аргументы функции поглощения определенным образом связаны между собой. Определен характер этой зависимости.

Как известно [1], в случае дисперсионного распределения, выражение для спектрального коэффициента поглощения отдельной линии при $\nu \approx \nu_0$ и $\nu - \nu_0 \ll \nu$ имеет вид

$$K_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2}, \tag{1}$$

где K_ν — спектральный коэффициент поглощения на частоте ν, ν_0 — частота, соответствующая центру линии, α — полуширина линии; S — интегральная интенсивность линии.

По определению [2, 3] функцией поглощения отдельной линии в интервале спектра $\Delta\nu$ называется выражение

$$A = \frac{1}{\Delta\nu} \int\limits_{\Delta\nu} [1 - \exp(-K_\nu U)]\, d\nu, \tag{2}$$

где A — функция поглощения, U — оптическая плотность слоя поглощающего вещества, K_ν — спектральный коэффициент поглощения, в данном случае заданный (1). Здесь формула (2) написана в предположении, что спектральная плотность излучения используемого источника радиации постоянна в пределах интервала $\Delta\nu$. В дальнейшем эта формула используется нами в виде

$$A = \frac{1}{b} \int\limits_{\Delta b'} [1 - \exp(-2X/b^2 + 1)]\, db, \tag{3}$$

где

$$b = (\nu - \nu_0)/\alpha, \quad X = SU/2\pi\alpha.$$

При применении формул (1) и (2) следует иметь в виду, что соответствие между значениями функции поглощения A и значениями ее аргумента α взаимно неоднозначно не только в предельном случае при $X \ll 1$ и $b \gg 1$, когда, как известно [2, 3] A не зависит от α, но и при других значениях параметров X и b. В этом нетрудно убедиться, рассматривая рис. 1, на котором по оси абсцисс отложена величина $b = (\nu - \nu_0)/\alpha_0$, а по оси ординат $A = 1 - \exp(-2X_0/b^2 + 1)$ или $A = 1 - \exp(-2X_0 m/b^2 + m^2)$. Кривая *1* на этом рисунке изображает контур линии поглощения с полушириной α_0, а кривая 2 изображает ту же линию, но с полушириной $\alpha = m\alpha_0$, где $m > 0$, $m \neq 1$. Обе кривые пересекаются в точках M_1 и M_2. Координаты точек пересечения находятся по формулам $b^* = \pm\sqrt{m}$, $A^* = 1 - \exp(-2X_0/b + m)$, где

$$X_0 = SU/2\pi\alpha_0. \tag{4}$$

При всех $m > 1$ функция поглощения, определенная в интервале $\Delta\nu \leqslant 2\,|b^*|\,\alpha_0$, будет уменьшаться при увеличении m. Если же интер-

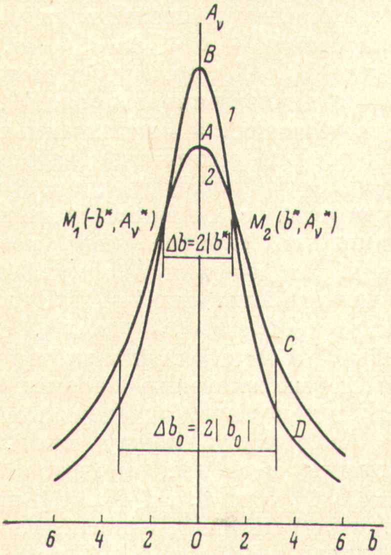

Рис. 1. Изменение контура линии поглощения при изменении ее полуширины.

1 — α_0, *2* — $\alpha = m\alpha_0$ при $m = 1$, $m > 0$.

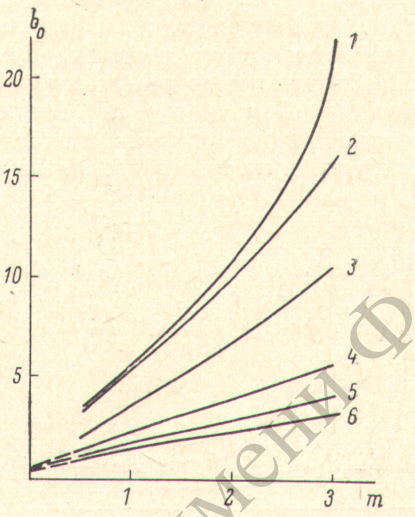

Рис. 2. Зависимость величины компенсационного спектрального интервала от параметра $m = \alpha/\alpha_0$ при различных X_0.

1 — 0.25, *2* — 0.3, *3* — 0.5, *4* — 1, *5* — 2, *6* — 3.

вал $\Delta\nu$ будет возрастать и станет больше $2\,|b^*|\,\alpha_0$, то уменьшение функции поглощения в пределах этого интервала при заданных значениях параметров m и X_0 будет компенсироваться увеличением поглощения вне этого интервала. При каком-то значении величины спектрального интервала $\Delta\nu = \Delta\nu_0 = 2\,|b_0|\,\alpha_0$ наступит полная компенсация (рис. 1). В этом случае площади фигур ABM_2 и M_2CD будут равны, следовательно,

$$A(S,\ U,\ \Delta\nu_0,\ \alpha_0) = A(S,\ U,\ \Delta\nu_0,\quad \alpha = m\alpha_0). \tag{5}$$

$\Delta\nu = 2\,|b|\,\alpha_0$	$\frac{\Delta A}{A}$, %
2	−15.7
2.8	−13.2
5	− 6.3
6.5	0
10	+ 7.6
20	+14.0

Аналогичное явление имеет место и при $m < 1$. В дальнейшем спектральный интервал $\Delta\nu_0$ будем называть компенсационным спектральным интервалом. Его относительное значение можно найти, решив уравнение

$$A(S,\ U,\ \Delta\nu_0,\ \alpha_0) - A(S,\ U,\ \Delta\nu_0,\ \alpha = m\alpha_0) = 0 \text{ или } \int_0^b [1 - \exp(-2X_0/b^2 + 1)]\,db - \int_0^b [1 - \exp(-2X_0 m/b^2 + m^2)]\,db = 0 \tag{6}$$

относительно b.

В качестве примера в таблице приведены результаты расчета величины относительного изменения функции поглощения

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{A(S,\ U,\ \Delta\nu,\ \alpha_0) - A(S,\ U,\ \Delta\nu,\ \alpha = m\alpha_0)}{A(S,\ U,\ \Delta\nu,\ \alpha_0)} \tag{7}$$

разных спектральных интервалах $\Delta\nu$ при двукратном изменении полуширины линии ($m=2$) и $X_0=1.547$.

Из данных этой таблицы следует, что функция поглощения при $X_0=1.547$ в спектральном интервале $\Delta\nu_0 \simeq 6.5\alpha_0$ имеет одно и то же значение при полуширине линии α_0 и $\alpha=2\alpha_0$. Очевидно, что величина параметра b_0 будет одной и той же для всевозможных комбинаций параметров S, U, α_0, при которых $X_0=1.547$, а относительное изменение полуширины линии (параметр m) равно 2. Число возможных значений аргумента b_0, при котором функция A имеет одно и то же значение, определяется числом пар точек пересечения кривых *1* и *2* в интервале $-\infty < \Delta\nu < +\infty$. Так как в нашем случае таких пар только одна (M_1, M_2), то следует ожидать, что найденная нами величина b_0 является единственно возможной.

Необходимо подчеркнуть, что факт существования компенсационного интервала объясняется не каким-либо особым сочетанием избранных значений аргументов функции поглощения, а видом этой функции. В частности, наличием суммы квадратов аргументов $\Delta\nu$ и α в знаменателе выражения для спектрального коэффициента поглощения [формула (1)] и слагаемого вида $\exp(-K_\nu U)$ в (2). Как уже отмечалось раньше, с помощью (6) можно найти значения b_0 для любых значений параметров m и X_0 и тем самым определить характер зависимости между ними. Результаты подобных расчетов для $m=0.5$, 2, 3 и $0.1 < X_0 \leqslant 3$ приводятся на рис. 2 и 3. Кривая, соответствующая $m=1$ на рис. 3 построена по данным рис. 2.

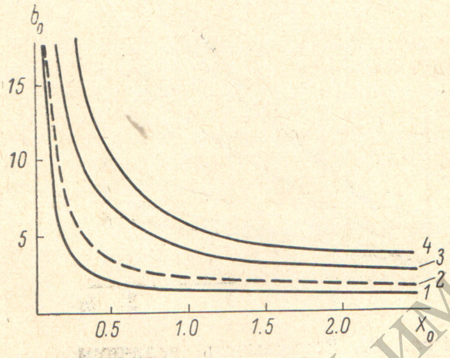

Рис. 3. Зависимость величины компенсационного спектрального интервала от параметра X_0 при различных m.

1 — 0.5, *2* — 1, *3* — 2, *4* — 3.

Полученные кривые характеризуются следующими особенностями: при уменьшении X_0 или увеличении параметра m относительная величина компенсационного спектрального интервала возрастает. Причем при малых X ($X_0 < 0.1$) скорость роста особенно велика (рис. 3). По-видимому, можно утверждать, что при $X \to 0$ кривые, соответствующие разным m, пересекутся с осью ординат, т. е. в этом случае $|b_0|=\infty$. Этот вывод подтверждается также фактом существования известного предельного соотношения для полного поглощения, т. е. выражения $B=SU$, получаемого из $B=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}[1-\exp(-K_\nu U)]\,d\nu$ при $X\to 0$ [4]. При возрастании X_0 (или уменьшении m) величина компенсационного интервала уменьшается, причем при больших X_0 величина b_0 слабо зависит от X_0. При $m<3$ и $X_0>1$ b_0 приблизительно прямо пропорционально m. Характерно, что при $X_0>1$ кривые $b_0=f(m)_{X_0=\mathrm{const}}$, продолженные до пересечения с осью ординат, пересекают ее в одной точке с координатами $m \simeq 0$, $b \simeq 0.5$ (рис. 2).

Таким образом, из вышеизложенного следует, что у функции поглощения отдельной спектральной линии с дисперсионным контуром соответствие между ее значениями и значениями полуширины линии нарушено (взаимно неоднозначно). Когда функция поглощения определена в конечном интервале спектра и параметр $X_0>0$, нарушение соответствия выражается в том, что функция поглощения имеет одно и то же значение при двух различных значениях полуширины линии α_0 и $\alpha=m\alpha_0$, где $m>0$, $m\neq 1$. При этом величины остальных аргументов функции поглощения предполагаются неизменными. Относительная величина компенсационного спектрального интервала и величины $X_0=SU/2\pi\alpha_0$ и $m=\alpha/\alpha_0$ определенным образом связаны между собой (см. кривые на рис. 2 и 3). Существенно, что все эти параметры являются безразмерными величинами.

Если $X_0=0$, то нарушение соответствия имеет место для любых (конечных) значений полуширины линии. В этом случае компенсационный спектральный интервал становится бесконечно большим.

Указанную особенность функции поглощения необходимо учитывать при решении различного рода спектроаналитических задач, а также при выполнении спектральных исследований, особенно в тех случаях, когда разрешаемый спектральным прибором интервал спектра соизмерим с компенсационным спектральным интервалом.

Литература

[1] А. Унзольд. Физика звездных атмосфер. ИЛ, М., 1949.
[2] К. Я. Кондратьев. Лучистый теплообмен в атмосфере. Гидрометеоиздат, Л., 1956.
[3] В. Е. Зуев. Прозрачность атмосферы для видимых и инфракрасных лучей. Изд. «Советское радио», М., 1966.
[4] R. Ladenburg, F. Reiche. Ann. d. Phys., *42*, 181, 1913.

Поступило в Редакцию 5 июля 1971 г.