

## МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ ПЕРЕКИСИ ВОДОРОДА

## V. СИЛОВЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

И. Н. Пржевальский и Г. А. Хачкурузов

По найденным ранее авторами значениям частот нормальных колебаний и равновесных структурных параметров молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$  вычислен полный набор силовых постоянных  $H_2O_2$  методом наименьших квадратов с затуханием. Это позволило определить для молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$  зависимости частот нормальных колебаний от двугранного угла и вычислить частоты нормальных колебаний молекулы  $HDO_2$ . Определены также приближенные значения констант ангармоничности и основных частот  $HDO_2$ .

В [1, 2] по ранее опубликованным спектральным данным впервые были определены значения частот нормальных колебаний молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$  и в [3] — значения равновесных структурных параметров. В связи с этим представляет интерес заново провести вычисление силовых постоянных молекулы  $H_2O_2$ , поскольку в ранее проведенных расчетах [4–9] использовались заведомо неточные данные о частотах и структурных параметрах  $H_2O_2$ . Кроме того, сами расчеты в методическом отношении были недостаточно надежными.

Потенциальная энергия молекулы  $H_2O_2$  складывается из потенциальной энергии внутреннего вращения вокруг связи O—O и потенциальной энергии колебательных движений, обусловленных изменениями длин связей H—O ( $r$ ), O—O ( $R$ ), угла H—O—O ( $\alpha$ ) и взаимодействиями между этими изменениями. При этом квадратичная часть потенциальной энергии колебательных движений определяется девятью силовыми постоянными  $f_r$ ,  $f_R$ ,  $f_\alpha$ ,  $f_{rr}$ ,  $f_{rR}$ ,  $f_{ra}$ ,  $f_{ra'}$ ,  $f_{R\alpha}$ ,  $f_{\alpha\alpha}$  ( $f_{ra}$  и  $f_{ra'}$  — силовые постоянные взаимодействий изменений длины связи H—O и углов H—O—O и O—O—H соответственно). Связь между этими постоянными и частотами нормальных колебаний  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_5$ ,  $\omega_6$  определяется, как известно [10], вековым уравнением, которое в данном случае распадается на два уравнения, соответствующих симметричным ( $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ) и антисимметричным ( $\omega_5$ ,  $\omega_6$ ) колебаниям (см. Приложение, соотношения I). Поскольку силовое поле и равновесная конфигурация молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$  с достаточной точностью могут считаться идентичными, задача определения силовых постоянных  $H_2O_2$  сводится к нахождению совместного решения системы вековых уравнений для  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$  в которых были приняты полученные в [1–3] значения частот нормальных колебаний и равновесных структурных параметров. Решение находилось посредством итерационного процесса, основанного на использовании метода наименьших квадратов [11, 12]. Сходимость процесса обеспечивалась введением фактора затухания, для которого принимался ряд убывающих значений по мере увеличения числа итераций, согласно рекомендациям [12, 13]. Вычисления проводились на ЭВМ по составленной нами программе. В качестве нулевого приближения использовались силовые постоянные  $H_2O_2$ , определенные в [6]. Расчеты привели к следующим значениям силовых постоянных  $H_2O_2$ , в  $(\text{дин}/\text{см}) \cdot 10^{-5}$ :

$$\left. \begin{array}{l} f_r = 8.311, \quad f_{R\alpha} = 0.385, \quad f_{rR} = 0.069, \\ f_R = 4.493, \quad f_{r\alpha} = -0.370, \quad f_{rr} = -0.045, \\ f_\alpha = 0.696, \quad f_{\alpha\alpha} = 0.074, \quad f_{r\alpha\alpha} = -0.002, \end{array} \right\} \quad (1)$$

которые представляют результат сороковой итерации, совпадающей до четвертого знака после запятой с соответствующим результатом тридцать девятой итерации. Вычисленные по силовым постоянным (1) частоты нормальных колебаний  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$  совпадают с соответствующими исходными значениями этих величин в пределах 0.5% для  $\text{H}_2\text{O}_2$  и 1.5% для  $\text{D}_2\text{O}_2$ .

Расчеты силовых постоянных  $\text{H}_2\text{O}$  по тем же данным, что и в [14], но в валентно-силовых координатах, приводят к следующим значениям, в (дин/см) · 10<sup>-5</sup>:

$$\left. \begin{array}{l} f_r = 8.4538, \quad f_{r\alpha} = 0.3252, \\ f_\alpha = 0.7730, \quad f_{rr} = -0.0877. \end{array} \right\} \quad (2)$$

Сравнение значений (2) силовых постоянных  $\text{H}_2\text{O}$  со значениями (1) соответствующих силовых постоянных  $\text{H}_2\text{O}_2$  показывает, что у обеих молекул силовые постоянные  $f_r$  весьма близки по величине. При этом  $f_r(\text{H}_2\text{O}_2)$  несколько меньше  $f_r(\text{H}_2\text{O})$ , чему соответствует  $r_e(\text{O}-\text{H})_{\text{H}_2\text{O}_2} > r_e(\text{O}-\text{H})_{\text{H}_2\text{O}}$ . Деформационные постоянные  $f_z$  молекул  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$

оказались близкими по величине, а  $f_{rz}(\text{H}_2\text{O})$  близка по величине к абсолютным значениям постоянных  $f_{Rz}(\text{H}_2\text{O}_2)$  и  $f_{rz}(\text{H}_2\text{O}_2)$ . Характер взаимодействия изменений длин связей  $\text{O}-\text{H}$  в  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  однотипен, на что указывает одинаковый знак постоянных  $f_{rr}(\text{H}_2\text{O}_2)$  и  $f_{rr}(\text{H}_2\text{O})$ , но в молекуле  $\text{H}_2\text{O}_2$  это взаимодействие примерно вдвое слабее, чем в  $\text{H}_2\text{O}$ , что согласуется с существенно разным расположением у них связей  $\text{O}-\text{H}$ . Значение (1) для  $f_R(\text{H}_2\text{O}_2)$  близко к вычисленному в [15] значению силовой постоянной молекулы  $\text{HOF}$ , связанной с растяжением связи  $\text{O}-\text{F}$  ( $4.37 \cdot 10^5$  дин/см). С учетом близости длин связей  $\text{O}-\text{O}$  в  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{O}-\text{F}$  в  $\text{HOF}$  это обстоятельство позволяет утверждать, что в [4, 6-9] были получены заниженные значения для  $f_R(\text{H}_2\text{O}_2)$ . Как видно из (1), постоянные  $f_{R\alpha}$  и  $f_{r\alpha}$ , а также  $f_{RR}$  и  $f_{rr}$  попарно близки по абсолютной величине, но противоположны по знаку, вследствие чего соответствующие вклады в величину потенциальной энергии  $\text{H}_2\text{O}_2$  в значительной мере компенсируются. Наименьшей по абсолютной величине, по нашим расчетам, является постоянная  $f_{ra'}$ , что находится в соответствии с ее физическим смыслом. Ранее для нее были получены явно ошибочные завышенные значения, особенно в [5, 9].

Располагая значениями силовых постоянных (1) и структурных параметров [8] молекулы  $\text{H}_2\text{O}_2$ , мы смогли определить: 1) зависимость частот нормальных колебаний  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$  от двугранного угла  $\varphi$  в приближении полужесткой модели, 2) частоты нормальных колебаний и основные частоты молекулы  $\text{HDO}_2$ .

1. Частоты нормальных колебаний молекул  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$  были вычислены для 13 значений угла  $\varphi = 0^\circ$  (30°)  $360^\circ$  при неизменных значениях (1) силовых постоянных и остальных структурных параметров. Обработка результатов расчетов методом наименьших квадратов позволила определить аналитические выражения для зависимостей частот нормальных колебаний  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$  от  $\varphi$ , приведенные в таблице.

Выражения зависимостей частот нормальных колебаний  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$  от угла  $\varphi$

$\omega_i$	$\text{H}_2\text{O}_2$	$\text{D}_2\text{O}_2$
$\omega_1$	$3863 - 9\cos \varphi + \cos 2\varphi$	$2819 - 14\cos \varphi + \cos 2\varphi$
$\omega_2$	$1412 - 41\cos \varphi - \cos 2\varphi$	$1047 - 41\cos \varphi + \cos 2\varphi$
$\omega_3$	$925$	$893 - 15\cos \varphi - 3\cos 2\varphi$
$\omega_5$	$3882 + 9\cos \varphi + \cos 2\varphi$	$2832 + 12\cos \varphi + \cos 2\varphi$
$\omega_6$	$1313 + 37\cos \varphi - \cos 2\varphi$	$978 + 47\cos \varphi - 2\cos 2\varphi$

Следует отметить противоположный характер зависимостей от угла  $\varphi$  частот нормальных колебаний  $\omega_1$  и  $\omega_5$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_6$  молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$ , вследствие чего их колебательная энергия в целом практически не должна изменяться при изменении  $\varphi$ . Ранее подобного типа зависимости частот нормальных колебаний  $H_2O_2$  от угла  $\varphi$  были получены в [5, 6]. Они существенно отличаются от найденных нами по численным коэффициентам, но для частот  $\omega_1$  и  $\omega_5$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_6$  зависимости от угла  $\varphi$  также имеют взаимно компенсирующий характер.

2. Если не учитывать симметрию молекул  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$ , то вековое уравнение, связывающее частоты колебаний этих молекул с силовыми постоянными, записанное в общем виде, может быть использовано для вычисления частот нормальных колебаний молекулы  $HDO_2$  по известным силовым постоянным  $H_2O_2$  (см. Приложение, соотношения II). Расчет на ЭВМ, основанный на использовании равновесных структурных параметров [3] и силовых постоянных (1)  $H_2O_2$ , а также стандартной программы нахождения собственных значений несимметричных матриц, привел к следующим значениям частот нормальных колебаний молекулы  $HDO_2$ , в  $\text{см}^{-1}$ :

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1 = 3873, \quad \omega_3 = 908, \quad \omega_5 = 2826, \\ \omega_2 = 1373, \quad \omega_6 = 1007. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Сравнение значений  $\omega_i H_2O_2$  и  $D_2O_2$ , определенных по спектральным данным в [1, 2] и вычисленных по силовым постоянным (1)  $H_2O_2$ , а также учет погрешностей полученных в [1, 2] значений  $\omega_i H_2O_2$  и  $D_2O_2$  позволяет оценить погрешности значений (3) частот  $\omega_i HDO_2$  равными соответственно  $\pm 20$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 15$ ,  $\pm 20$ ,  $\pm 10 \text{ см}^{-1}$ .

В [16] были предложены приближенные соотношения между основными частотами  $HDO_2$  и  $H_2O_2$ ,  $D_2O_2$ , которые для частот нормальных колебаний этих молекул записутся в виде

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1^{HDO_2} \simeq \frac{1}{2} (\omega_1^{H_2O_2} + \omega_5^{H_2O_2}), \quad \omega_5^{HDO_2} \simeq \frac{1}{2} (\omega_1^{D_2O_2} + \omega_5^{D_2O_2}), \\ \omega_2^{HDO_2} \simeq \frac{1}{2} (\omega_2^{H_2O_2} + \omega_6^{H_2O_2}), \quad \omega_6^{HDO_2} \simeq \frac{1}{2} (\omega_2^{D_2O_2} + \omega_6^{D_2O_2}), \\ \omega_3^{HDO_2} \simeq \frac{1}{2} (\omega_3^{H_2O_2} + \omega_3^{D_2O_2}). \end{array} \right\} \quad (4)$$

Расчет по соотношениям (4) на основе использования полученных в [1, 2] частот нормальных колебаний  $H_2O_2$  и  $D_2O_2$ , приводит к следующим значениям частот нормальных колебаний  $HDO_2$ , в  $\text{см}^{-1}$ :

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1 = 3873, \quad \omega_3 = 913, \quad \omega_5 = 2826, \\ \omega_2 = 1364, \quad \omega_6 = 1011, \end{array} \right\} \quad (5)$$

которые практически совпадают со значениями (3).

Колебательные спектры  $HDO_2$  в газовой фазе не исследовались. Известно только, что при изучении ИК спектра паров  $D_2O_2$  Бейн и Жигер [16] обнаружили полосу с центром при  $981 \text{ см}^{-1}$ , которую они отнесли к частоте  $\nu_6$  молекулы  $HDO_2$ . В недавнем исследовании ИК спектра молекул  $D_2O_2$ , изолированных в аргоновых и азотных матрицах [17] также была найдена полоса при  $981 \text{ см}^{-1}$ , приписанная частоте  $\nu_6 HDO_2$ . В связи с этим результатом представляет интерес определение основных частот  $HDO_2$  на основе использования вычисленных по силовым постоянным  $H_2O_2$  частот нормальных колебаний (3) и приближенно оцененных констант ангармоничности  $HDO_2$ . Для этого воспользуемся соотношением

$$x_{ik}^{(i)} = \frac{\omega_i^{(i)} \omega_k^{(i)}}{\omega_i \omega_k} x_{ik} \quad (6)$$

и значениями [1, 2] констант ангармоничности  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{D}_2\text{O}_2$ , что приводит к следующим константам ангармоничности  $\text{HDO}_2$ , в  $\text{см}^{-1}$ :

$$\left. \begin{array}{l} x_{11} = -90, \quad x_{12} = -10, \quad x_{25} = -10, \\ x_{22} = -11, \quad x_{13} = -16, \quad x_{26} = -5, \\ x_{33} = -10, \quad x_{15} = -121, \quad x_{35} = -12, \\ x_{55} = -47, \quad x_{16} = -3, \quad x_{36} = -2, \\ x_{66} = -6, \quad x_{23} = -7, \quad x_{56} = -4. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Расчет, основанный на значениях частот нормальных колебаний (3) и констант ангармоничности (7)  $\text{HDO}_2$ , приводит к следующим значениям основных частот  $\text{HDO}_2$ , в  $\text{см}^{-1}$ :

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 3616, \quad \nu_3 = 870, \quad \nu_5 = 2659, \\ \nu_2 &= 1335, \quad \nu_6 = 988. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, проделанные нами расчеты подтвердили предложенное в [16, 17] отнесение полосы при  $981 \text{ см}^{-1}$  к частоте  $\nu_6$  молекулы  $\text{HDO}_2$ .

В заключение отметим, что определенное в [1] значение  $\nu_2(\text{H}_2\text{O}_2) = 1390 \text{ см}^{-1}$  было подтверждено недавно в [18] при исследовании спектра  $\text{H}_2\text{O}_2$ .

### Приложение

Ниже приводятся общие выражения элементов симметричных матриц  $G$  и  $F$  через массы атомов, структурные параметры и силовые постоянные для молекул  $\text{H}_2\text{O}_2^1$  (I) и  $\text{HDO}_2$  (II).

$$\begin{aligned} \text{I. } G_{11} &= \frac{m_{\text{H}} + m_{\text{O}}}{m_{\text{H}} m_{\text{O}}}, \quad G_{12} = \frac{\sin \alpha}{R m_{\text{O}}} (\cos \varphi - 1), \\ G_{22} &= \frac{R^2 (m_{\text{H}} + m_{\text{O}}) + 2r^2 m_{\text{H}} - 2r R m_{\text{H}} \cos \alpha}{r^2 R^2 m_{\text{H}} m_{\text{O}}} - \frac{2 \cos \varphi (r - R \cos \alpha)}{r R^2 m_{\text{O}}}, \\ G_{33} &= \frac{2}{m_{\text{O}}}, \quad G_{13} = \frac{\sqrt{2} \cos \alpha}{m_{\text{O}}}, \quad G_{23} = -\frac{\sqrt{2} \sin \alpha}{r m_{\text{O}}}, \\ G_{55} &= \frac{m_{\text{H}} + m_{\text{O}}}{m_{\text{H}} m_{\text{O}}}, \quad G_{56} = \frac{\sin \alpha}{R m_{\text{O}}} (\cos \varphi + 1), \\ G_{66} &= \frac{R^2 (m_{\text{H}} + m_{\text{O}}) + 2r^2 m_{\text{H}} - 2r R m_{\text{H}} \cos \alpha}{r^2 R^2 m_{\text{H}} m_{\text{O}}} + \frac{2 \cos \varphi (r - R \cos \alpha)}{r R^2 m_{\text{O}}}, \\ F_{11} &= f_r + f_{rr}, \quad F_{12} = f_{ra} + f_{ra'}, \quad F_{55} = f_r - f_{rr}, \\ F_{22} &= f_{\alpha} + f_{\alpha\alpha}, \quad F_{13} = \sqrt{2} f_{rR}, \quad F_{56} = f_{ra} - f_{ra'}, \\ F_{33} &= f_R, \quad F_{23} = \sqrt{2} f_{\alpha R}, \quad F_{66} = f_{\alpha} - f_{\alpha\alpha}. \\ \text{II. } G_{11} &= \frac{m_{\text{H}} + m_{\text{O}}}{m_{\text{H}} m_{\text{O}}}, \quad G_{12} = G_{56} = -\frac{\sin \alpha}{R m_{\text{O}}}, \quad G_{55} = \frac{m_{\text{D}} + m_{\text{O}}}{m_{\text{D}} m_{\text{O}}}, \\ G_{22} &= \frac{R^2 (m_{\text{H}} + m_{\text{O}}) + 2r^2 m_{\text{H}} - 2r R m_{\text{H}} \cos \alpha}{r^2 R^2 m_{\text{H}} m_{\text{O}}}, \quad G_{33} = \frac{2}{m_{\text{O}}}, \\ G_{13} = G_{35} &= \frac{\cos \alpha}{m_{\text{O}}}, \quad G_{15} = 0, \quad G_{16} = G_{25} = \frac{\sin \alpha \cos \varphi}{R m_{\text{O}}}, \\ G_{23} = G_{36} &= -\frac{\sin \alpha}{r m_{\text{O}}}, \quad G_{26} = -\frac{2 \cos \varphi (r - R \cos \alpha)}{r R^2 m_{\text{O}}}, \\ G_{66} &= \frac{R^2 (m_{\text{D}} + m_{\text{O}}) + 2r^2 m_{\text{D}} - 2r R m_{\text{D}} \cos \alpha}{r^2 R^2 m_{\text{D}} m_{\text{O}}}, \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Ранее выражения элементов матрицы  $G$  молекулы  $\text{H}_2\text{O}_2$  были приведены в [19, 20]. Однако в [19] были получены ошибочные выражения, в [20] — правильные выражения, но только во внутренних координатах.

$$\begin{aligned}
 F_{11} &= F_{55} = f_r, & F_{12} &= F_{56} = f_{r\alpha}, & F_{16} &= F_{25} = f_{r\alpha\epsilon}, \\
 F_{22} &= F_{66} = f_\alpha, & F_{13} &= F_{35} = f_{rR}, & F_{23} &= F_{36} = f_{R\alpha}, \\
 F_{33} &= f_R, & F_{15} &= f_{rr}, & F_{26} &= f_{\alpha\alpha}.
 \end{aligned}$$

### Литература

- [1] Г. А. Хачкурузов, И. Н. Пржевальский. Опт. и спектр., 33, 237, 1972.
- [2] Г. А. Хачкурузов, И. Н. Пржевальский. Опт. и спектр., 33, 786, 1972.
- [3] Г. А. Хачкурузов, И. Н. Пржевальский. Опт. и спектр., 36, 299, 1974.
- [4] P. A. Giguere, O. Bain. J. Phys. Chem., 56, 340, 1952.
- [5] E. Hiroto. J. Chem. Phys., 28, 839, 1958.
- [6] R. L. Redington, W. B. Olson, P. C. Cross. J. Chem. Phys., 36, 1311, 1962.
- [7] Н. Т. Сторчай, В. П. Морозов. Доповід АР УРСР, 1596, 1966.
- [8] В. П. Морозов, Н. Т. Сторчай. Ж. физ. химии, 41, 86, 1967.
- [9] I. Elvebredd, S. J. Syvin. Z. allgem. anorg. Chem., 370, 310, 1969.
- [10] Е. Вильсон, Д. Дешиус, П. Кросс. Теория колебательных спектров молекул. Изд. «Мир», М., 1960.
- [11] D. E. Mann, T. Shimanouchi, J. H. Meal, L. Fano, J. Chem. Phys., 27, 43, 1957.
- [12] D. Parousek, S. Tompa, J. Pliva. J. Molec. Spectr., 15, 502, 1965.
- [13] Г. В. Юхневич, В. В. Жогина. Ж. прикл. спектр., 13, 887, 1970.
- [14] Г. А. Хачкурузов. Сб. тр. ГИПХ, вып. 42, 96, 1959.
- [15] P. N. Noble, G. C. Pimentel. Spectrochim. Acta, 24A, 797, 1968.
- [16] O. Bain, P. A. Gignere. Can. J. Chem., 33, 527, 1955.
- [17] J. A. Lannon, F. D. Verderame, R. W. Anderson, J. Chem. Phys., 54, 2212, 1971.
- [18] T. T. Paukert, H. S. Johnston. J. Chem. Phys., 56, 2824, 1972.
- [19] E. K. Gill, K. J. Laidler. Proc. Roy. Soc., 251A, 66, 1959.
- [20] J. C. Decius. J. Chem. Phys., 16, 1025, 1948.

Поступило в Редакцию 20 октября 1972 г.