
Д. И. Тиханкова, А. В. Лубочкин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
**ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЕНИЙ МИНИМАЛЬНОЙ
ИНТЕНСИВНОСТИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ЗАДАННЫХ
ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

В классе ограниченных управлений рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$(x \in R^n, u \in R; \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n).$$

Наряду с уравнением (1) рассмотрим движение на фазовой плоскости $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, заданное кусочно-гладкой функцией. Будем говорить, что движение $x_f(t)$, $t \geq 0$, осуществимо, если существует такое доступное управление: $|u_f(t)| \leq L$, $t \geq 0$, что $\dot{x}_f(t) = Ax_f(t) + bu_f(t)$, $t \geq 0$. Пусть $G \subset R^n$ – область фазового пространства системы, что $x_f(t) \in \text{int } G$, $t \geq 0$.

Функцию $u = u(t, x)$, $x \in G$, $t \geq 0$, назовем ограниченной дискретной (с периодом квантования $\nu > 0$) обратной связью, осуществляющей движение $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, если:

1) $u(t, x_f(t)) = u_f(t)$, $t \geq 0$; 2) $|u(t, x)| \leq L$, $x \in G$, $t \geq 0$; 3) траектория замкнутой системы $\dot{x} = Ax + bu(t, x)$, $x(0) \in G$, представляет собой непрерывное решение уравнения (1) с управлением $u(t) = u(k\nu, x(k\nu))$, $t \in [k\nu, (k+1)\nu]$, $k = 0, 1, \dots$; 4) решение $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, замкнутой системы асимптотически устойчиво в G . Синтез указанных обратных связей $u = u(t, x)$, $x \in G$, $t \geq 0$, составляет суть задачи осуществления движения. При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G осуществляемого движения была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для реше-

ния указанной проблемы естественно использовать методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется реализация в режиме реального времени позиционного решения следующей вспомогательной задачи оптимального управления с интервальными ограничениями:

$$\begin{aligned} B_{\theta}(\tau, z) = \min \rho, \quad \dot{x} &= Ax + bu, \quad x(\tau) = z, \\ -\varepsilon &\leq x(\tau + \theta) - x_f(\tau + \theta) \leq \varepsilon, \quad \tau \geq 0, \\ |u(t)| &\leq \rho, \quad t \in T = [\tau, \tau + \theta], \end{aligned} \quad (2)$$

($\varepsilon \in R^n$ – параметр метода). Задачи (2), рассматриваемые в классе кусочно-постоянных функций с периодом квантования $\nu > 0$, будут эквивалентны близким минимаксным задачам. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего в режиме реального времени реализацию обратной связи, осуществляющей заданное движение. Работа построенного таким образом регулятора программно реализована, просчитан ряд тестовых примеров.