УДК 535.345.67

ЗАВИСИМОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УЗКОПОЛОСНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

Ш. А. Фурман

Приведены формулы, удобные для анализа и расчета пропускания в максимуме, отражения в минимуме и полуширины узкополосного фильтра при слабом поглощении и отсутствии поглощения в слоях.

Формулы, определяющие параметры диэлектрических узкополосных пропускающих интерференционных фильтров (ДУПИФ), представляют большой интерес для анализа их оптических свойств и рассмотрения многих практических задач.

Основными оптическими характеристиками узкополосного фильтра являются длина волны λ_{max}, соответствующая максимуму пропускания, коэффициент пропускания в максимуме T_{max} и полуширина $\delta\lambda$. Величина $\delta\lambda$ равна разности длин волн в зоне λ_{max}, соответствующих пропусканию $0.5\ T_{max}$.

Информация о соотношениях, определяющих пропускание в максимуме и полуширину ДУПИФ, имеется в работах [1–4]. Основным недостатком этих формул является их громоздкость, затрудняющая анализ влияния показателей преломления сред, поглощения, числа слоев и других параметров фильтра на величину $\delta\lambda$ и T_{max}. В настоящей работе выведены новые формулы, свободные от указанных недостатков.

Схематически ДУПИФ типа Фабри—Перо можно изобразить в виде П—$З_1$—Д—$З_2$. Данный фильтр состоит из двух многослойных зеркал $З_1$ и $З_2$ с высоким отражением и частичным пропусканием в области λ_{max}, разделенных диэлектрическим слоем Д.

Рассмотрим ДУПИФ, состоящий из m чередующихся плоскопараллельных однородных слоев В и Н с высоким $n_В$ и низким $n_Н$ показателями преломления, расположенный на полубесконечной непоглощающей подложке П с показателем преломления n_0. Первым условимся считать слой, прилегающий к подложке. К последнему слою с номером m прилегает полубесконечная непоглощающая среда с показателем преломления n_{m+1}. Оптические толщины слоев зеркал $n_k d_k=(1/4)\lambda_{max}$, $k=1,2,\ldots m_1$, $m_1+2,\ldots m$. У разделительного слоя $n_{m_1+1}d_{m_1+1}=p\lambda_{max}/2$, $p=1,2,\ldots$ Причем $m=m_1+m_2+1$, где m_1 и m_2 — число слоев в первом (прилегающем к подложке) и втором зеркалах. Здесь p — порядок фильтра, n_l и d_l — показатель преломления и геометрическая толщина слоя с номером l. Условимся называть ДУПИФ симметричным (несимметричным), если он содержит одинаковое (различное) число слоев в каждом из зеркал.

У реальных ДУПИФ слои отягощены поглощением. В этом случае $n'_В=n_В-i\varkappa_В$ и $n'_Н=n_Н-i\varkappa_Н$, где $\varkappa_В$, $\varkappa_Н$ и $n'_В$, $n'_Н$ — показатели поглощения и комплексные показатели преломления материалов слоев В и Н. Под поглощением здесь следует понимать потери, обусловленные истинным поглощением и рассеянием на неоднородностях и дефектах слоев.

Практический интерес представляют сведения о влиянии на полуширину и пропускание в максимуме слабого поглощения в слоях. Разложив рекуррентные формулы Власова [5] в ряд Тейлора в окрестности $\lambda_{\max}$, $\varkappa_{\text{В}}=0$, $\varkappa_{\text{Н}}=0$ и выполнив необходимые преобразования, находим выражения, характеризующие $\delta\lambda$ и $T_{\max}$. Опуская из-за их громоздкости промежуточные выкладки, изложим лишь окончательный вид выведенных формул.

У ДУПИФ

$$\delta\lambda_{1/k} = \sqrt{k-1}\,\delta\lambda, \quad 1 \leqslant k \leqslant 100, \tag{1}$$

где $\delta\lambda_{1/k}$ — ширина полосы в области $\lambda_{\max}$, равная разности длин волн, соответствующих пропусканию $(1/k)T_{\max}$. Из (1) видно, что форма спектральной кривой пропускания ДУПИФ в окрестности $\lambda_{\max}$ в первом приближении не зависит от числа слоев, показателей преломления, поглощения и порядка фильтра.

Пусть поток падает нормально и справедливо ограничение $\beta^{m_1} \ll 1$ и $\beta^{m_2} \ll 1$, где $\beta = n_{\text{Н}}/n_{\text{В}}$.

В случае слабого поглощения ($\varkappa < 0.01$) и отсутствия ошибок в слоях

$$\frac{\delta\lambda'}{\lambda_{\max}} = (1 + c\varkappa_{\text{В}} + d\varkappa_{\text{Н}})\,\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}}, \tag{2}$$

где $\delta\lambda$ и $\delta\lambda'$ — полуширина фильтра, соответствующая отсутствию и наличию поглощения в слоях.

Если к подложке прилегает слой с $n_{\text{В}}$, то при четном m_1

$$c = (p+q)\,u, \quad d = (1+q)\,u, \quad q = \frac{n_{\text{Н}}^2}{n_{\text{В}}^2 - n_{\text{Н}}^2}, \tag{3}$$

при нечетном m_1

$$c = \frac{qu}{\beta}, \quad d = \frac{(p+q)\,u}{\beta}, \tag{4}$$

где в случае m (нечетного и четного соответственно)

$$u = \frac{\pi}{n_0\beta^{m_1} + n_{m+1}\beta^{m_2}} \quad \text{и} \quad u = \frac{\pi n_{m+1}}{n_0 n_{m+1}\beta^{m_1} + n_{\text{В}} n_{\text{Н}}\beta^{m_2}}. \tag{5}$$

При нечетном и четном m соответственно

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{2\,(n_0\beta^{m_1} + n_{m+1}\beta^{m_2})}{\pi\,(p+B)\,n_{\text{В}}}, \quad B = \frac{n_{\text{Н}}}{n_{\text{В}} - n_{\text{Н}}}, \tag{6}$$

и

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{2\,(n_0 n_{m+1}\beta^{m_1} + n_{\text{Н}} n_{\text{В}}\beta^{m_2})}{\pi\,(p+B)\,n_{m+1} n_{\text{В}}}. \tag{7}$$

У симметричного ДУПИФ ($m_1 = m_2$, $m = 2m_1 + 1$), согласно (6),

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{2\,(n_0 + n_{m+1})}{\pi\,(p+B)\,n_{\text{В}}}\left(\frac{n_{\text{Н}}}{n_{\text{В}}}\right)^{m_1} = \frac{2\,(1-\beta)\,(n_0 + n_{m+1})}{\pi\,[p - \beta\,(p-1)]\,n_{\text{В}}}\,\beta^{m_1}. \tag{8}$$

Если к подложке прилегает слой с $n_{\text{Н}}$, то при нечетном m

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{2n_{\text{Н}}\,(n_{m+1}\beta^{m_1} + n_0\beta^{m_2})}{\pi\,(p+B)\,n_0 n_{m+1}}, \tag{9}$$

при четном m

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{2\,(n_{\text{Н}} n_{\text{В}}\beta^{m_1} + n_0 n_{m+1}\beta^{m_2})}{\pi\,(p+B)\,n_0 n_{\text{В}}}. \tag{10}$$

У ДУПИФ

$$T_{\max} = \frac{T(\pi)}{(1 + c\varkappa_{\text{В}} + d\varkappa_{\text{Н}})^2}, \quad R_{\min} = \frac{(\varepsilon + c\varkappa_{\text{В}} + d\varkappa_{\text{Н}})^2}{(1 + c\varkappa_{\text{В}} + d\varkappa_{\text{Н}})^2}, \tag{11}$$

$$T(\pi) + R(\pi) = 1,$$

где T_{max}, R_{min} и $T(\pi)$, $R(\pi)$ — энергетические коэффициенты пропускания фильтра в максимуме и отражения в минимуме соответственно при слабом поглощении и отсутствии поглощения в слоях для потока, идущего в направлении от среды с номером $m+1$ к среде с индексом 0.

Если к подложке прилегает слой с $n_В$, то нечетному m соответствуют

$$\varepsilon = \frac{n_0\beta^{m_1-m_2} - n_{m+1}}{n_0\beta^{m_1-m_2} + n_{m+1}}, \qquad T(\pi) = \frac{4n_0 n_{m+1}\beta^{m_1-m_2}}{(n_0\beta^{m_1-m_2} + n_{m+1})^2}, \tag{12}$$

при четном m

$$\varepsilon = \frac{n_0 n_{m+1}\beta^{m_1-m_2} - n_В n_Н}{n_0 n_{m+1}\beta^{m_1-m_2} + n_В n_Н}, \qquad T(\pi) = \frac{4n_В n_Н n_0 n_{m+1}\beta^{m_1-m_2}}{(n_0 n_{m+1}\beta^{m_1-m_2} + n_В n_Н)^2}. \tag{13}$$

Входящие в (11) величины c и d определяются согласно (3)—(5).

При наличии поглощения в слоях пропускание не зависит, а отражение зависит от направления падения потока. Если поток падает на покрытие со стороны среды с индексом 0, то коэффициенты c и d остаются неизменными, а выражение ε в (12) и (13) изменяет знак.

Достоинство формул (2)—(11) заключается в том, что они удобны для анализа и практических расчетов. Эти формулы позволяют с единой позиции производить оценку степени влияния поглощения, числа слоев, показателей преломления сред и других параметров на пропускание (отражение) и полуширину различных вариантов фильтров, а также анализировать их свойства. Например, из (8) следует, что

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\delta\lambda(m_1')}{\delta\lambda(m_1'')} = \left(\frac{n_Н}{n_В}\right)^{m_1'-m_1''}, \qquad \frac{\delta\lambda(n_{m+1}')}{\delta\lambda(n_{m+1}'')} = \frac{n_0 + n_{m+1}'}{n_0 + n_{m+1}''}, \\ &\frac{\delta\lambda(p_1)}{\delta\lambda(p_2)} = \frac{p_2 + B}{p_1 + B}, \qquad \frac{\delta\lambda(n_В')}{\delta\lambda(n_В'')} = \frac{(p+B'')}{(p+B')}\left(\frac{n_В''}{n_В'}\right)^{m_1+1}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Здесь приведены отношения полуширин двух симметричных непоглощающих ДУПИФ, у которых все параметры одинаковы, кроме указанного в круглых скобках. Примеры (табл. 1), рассчитанные по формулам (14), показывают, что у симметричного ДУПИФ изменение числа слоев зеркал, отношения показателей преломления слоев, порядка и показателей преломления обрамляющих сред оказывают заметное влияние на полуширину фильтра.

Таблица 1

Влияние изменения числа слоев, показателей преломления сред и порядка на полуширину симметричного ДУПИФ

$n_В = 2.30$, $n_Н = 1.35$			
$m_1'' - m_1'$	1	2	5
$\frac{\delta\lambda(m_1')}{\delta\lambda(m_1'')}$	1.70	2.90	14.35

$n_В = 2.30$, $n_Н = 1.35$, $p_1 = 1$			
p_2	2	3	10
$\frac{\delta\lambda(p_1)}{\delta\lambda(p_2)}$	1.41	1.83	4.72

	$n_Н = 1.35$, $n_В' = 2.30$, $n_В'' = 2.70$			
	$p = 1$		$p = 5$	
m	13	21	13	21
$\frac{\delta\lambda(n_В')}{\delta\lambda(n_В'')}$	2.54	4.82	2.87	5.45

n_0	1.52	1.00
n_{m+1}'	1.00	1.52
n_{m+1}''	1.52	1.80
$\frac{\delta\lambda(n_{m+1}'')}{\delta\lambda(n_{m+1}')}$	1.21	1.11

Формулы (2)—(11) можно также вывести путем соответствующих преобразований известных выражений [1, 4], связывающих T_{max} и полуширину фильтра с коэффициентами отражения, пропускания и поглощения зеркал и разделительного слоя.

В ряде случаев необходимо иметь возможность плавного изменения полуширины изготавливаемого фильтра. Этого эффекта можно достичь, если на симметричный ДУПИФ нанести дополнительный слой из материала с показателем преломления n_{H}. Варьируя оптическую толщину добавленного слоя Н от 0 до 0.25 λ_{max}, можно осуществлять плавное регулирование полуширины без уменьшения T_{max} фильтра. Согласно (7) и (8), при $n_{m+1}=1.0$

$$\frac{(\delta\lambda)_{\text{H}}}{\delta\lambda}=\frac{n_0+n_{\text{H}}^2}{n_0+1}, \tag{15}$$

где $\delta\lambda$ и $(\delta\lambda)_{\text{H}}$ — полуширина симметричного и дополненного четвертьволновым слоем Н непоглощающего ДУПИФ. Выражение (15) позволяет оценить пределы указанного изменения полуширины. Так, при $n_0=1.52$ и $n_{\text{H}}=1.35$ они составляют 33%.

Рассмотрим еще один вариант плавного изменения $\delta\lambda$ фильтра. Обратимся к табл. 2, где приведены зависимости, рассчитанные по точным формулам [6], параметров 17-слойного фильтра 17-ПВНВНВНВН—4-В——НВНВНВНВ′, В′$=\gamma$В второго порядка от относительной оптической толщины γ последнего слоя. Влияние второй поверхности (без покрытия) подложки не учитывалось.

Таблица 2

Влияние толщины последнего слоя на параметры 17-слойного непоглощающего ДУПИФ

$m=17;\ m_1=m_2=8,\ p=2,\ n_0=1.52,\ n_{\text{B}}=2.30,\ n_{\text{H}}=1.35,\ n_{m+1}=1.0$

γ	$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{max}}$	T_{max}, %	γ	$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{max}}$	T_{max}, %
0.20	0.0061	82.2	0.60	0.0033	99.7
0.30	0.0049	92.1	0.80	0.0030	97.1
0.35	0.0045	95.2	1.00	0.0029	95.7
0.40	0.0042	97.3	1.20	0.0030	97.2

Из табл. 2 видно, что, изменяя толщину последнего слоя симметричного ДУПИФ, можно варьировать до 55% полуширину фильтра при сохранении высокого значения $T_{max}>95\%$.

Информация о ширине полосы, выделяемой фильтром, пропускании в максимуме и величине R_{min} представляет большой интерес, так как позволяет рассмотреть ряд важных задач. Например, определить монохроматичность фильтра, проследить изменения полуширины и T_{max} по мере увеличения числа пленок покрытия. Это облегчает выбор оптимальной схемы контроля толщин слоев при формировании ДУПИФ и анализ различных ситуаций, возникающих в процессе изготовления фильтра.

В литературе практически отсутствуют сведения о показателях поглощения веществ, входящих в состав большинства ДУПИФ. Выражение, характеризующее T_{max} фильтра, позволяет весьма просто оценить величины показателей поглощения тонких слоев. Если положить $\varkappa_{\text{B}}=\varkappa_{\text{H}}=\varkappa$, то, согласно (11),

$$\varkappa=\frac{1}{c+d}\left(\sqrt{\frac{T(\pi)}{T_{max}}}-1\right). \tag{16}$$

При четном m_1 и $p=1$

$$\varkappa_{\text{B}}+\varkappa_{\text{H}}=\frac{1}{c}\left(\sqrt{\frac{T(\pi)}{T_{max}}}-1\right). \tag{17}$$

Таблица 3

Оптические характеристики симметричных ДУПИФ, изготовленных термическим испарением в вакууме

$n_0 = 1.52, \quad n_{m+1} = 1.00, \quad n_H = 1.33, \quad p = 2$

число слоев	материал слоев		эксперимент			расчет			
m	В	Н	λ_{max}, Å	$\delta\lambda'$, Å	T_{max}, %	n_B	c	d	$\varkappa_B = \varkappa_H = \varkappa$
17	ZnS	Na_3AlF_6	4861	12	70	2.36	301	179	0.00035
17	ZnS	Na_3AlF_6	5893	15	70	2.35	292	174	0.00036
21	ZnS	Na_3AlF_6	6986	8	64	2.28	690	416	0.00020
17	ZnS	Na_3AlF_6	10600	34	86	2.25	216	131	0.00016
21	ZnS	Na_3AlF_6	13346	20	70	2.21	518	316	0.00020
25	PbF_2	Na_3AlF_6	3392	14	74	1.85	201	135	0.00041
23	ZnSe	Na_3AlF_6	6491	2.1	33	2.50	979	5972	0.00010

В табл. 3 в качестве иллюстрации приведены показатели поглощения $\varkappa$, вычисленные, согласно (16), на основе экспериментальных данных. При расчете n_B и $\varkappa$ влияние ошибок в толщинах слоев не учитывалось.

Очевидный недостаток формулы (16) связан с тем обстоятельством, что мы полагаем $\varkappa_B = \varkappa_H$, в то время как фактически $\varkappa_B \neq \varkappa_H$. Выражение (17) позволяет находить лишь сумму $\varkappa_B + \varkappa_H$. Рассмотрим способ определения показателей поглощения отдельных веществ фильтра. Для этой цели необходимы два ДУПИФ высокого порядка с близкими λ_{max} и m, состоящие из одинаковых материалов. Пусть у одного из них показатель преломления разделительного слоя n_B, а у другого — n_H. По значениям T_{max} такой пары фильтров можно оценить соотношение между $\varkappa_B$ и $\varkappa_H$.

Если $\varkappa_H \leqslant \varkappa_B$ и $P > 10$, то при четном m_1, согласно (3), $c\varkappa_B \geqslant d\varkappa_H$ и, следовательно,

$$\varkappa_B \approx \frac{1}{c}\left(\sqrt{\frac{T(\pi)}{T_{max}}} - 1\right). \tag{18}$$

В случае $\varkappa_B \leqslant \varkappa_H$, $p > 5$ и нечетного m_1

$$\varkappa_H \approx \frac{1}{d}\left(\sqrt{\frac{T(\pi)}{T_{max}}} - 1\right). \tag{19}$$

Если из эксперимента известны значения $\delta\lambda'$ и T_{max} ДУПИФ, то по ним легко определить относительную полуширину фильтра, соответствующую отсутствию поглощения в слоях. Воспользовавшись (2) и (11), находим

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{max}} = \sqrt{\frac{T_{max}}{T(\pi)}}\frac{\delta\lambda'}{\lambda_{max}}. \tag{20}$$

Выражение (20) позволяет оценить вклад в полуширину, обусловленный поглощением в слоях реального ДУПИФ, а также определить показатель преломления одного из материалов фильтра. Например, если известен n_H, то, вычислив на основе (20) $\delta\lambda$, согласно (8), находим n_B. Этим способом были вычислены значения n_B, приведенные в табл. 3.

Учет влияния поглощения на параметры представляет особый интерес, так как даже слабое поглощение в слоях может заметно изменить полуширину и T_{max} фильтра. Степень влияния поглощения резко возрастает по мере уменьшения $\delta\lambda$. Так, из табл. 4, где приведены рассчитанные по формулам (2) и (11) значения $\delta\lambda'$, T_{max} и R_{min} ДУПИФ, видно, что переход от $\varkappa_B = \varkappa_H = 0$ (отсутствие поглощения) к $\varkappa_B = \varkappa_H = 0.0002$ при $m = 17$ почти не влияет на $\delta\lambda$, а у фильтра с $m = 29$ вызывает увеличение полуширины в два раза и снижает T_{max} до 18%.

Таблица 4

Влияние слабого поглощения на параметры симметричных ДУПИФ

$n_0 = 1.52$, $n_B = 2.30$, $n_H = 1.35$, $n_{m+1} = 1.0$

m	p	приближенные формулы						точные формулы		
		$\varkappa_B = \varkappa_H = 0.0002$			$\varkappa_B = \varkappa_H = 0.0$			$\varkappa_B = \varkappa_H = 0.0002$		
		$\frac{\delta\lambda'}{\lambda_{max}}$	T_{max}, %	R_{min}, %	$\frac{\delta\lambda}{\lambda_{max}}$	T_{max}, %	R_{min}, %	$\frac{\delta\lambda'}{\lambda_{max}}$	T_{max}, %	R_{min}, %
9	1	0.0344	94.53	4.47	0.0342			0.0388	94.58	4.44
17	1	0.0043	86.18	6.10	0.0041			0.0043	86.23	6.07
17	2	0.0031	83.36	6.73	0.0029			0.0031	83.40	6.70
17	10	0.00104	65.07	11.97	0.00086			0.00104	65.06	11.92
19	1	0.00263	78.36	7.95	0.00238	95.74	4.26	0.00265	78.39	7.92
21	1	0.00162	71.55	9.85	0.00140			0.00162	71.58	9.82
25	1	0.00070	45.23	20.66	0.00048			0.00070	45.23	20.62
25	5	0.00037	22.75	37.59	0.00018			0.00036	22.75	37.55
29	1	0.00038	17.78	43.29	0.00017			0.00039	17.77	43.26
33	1	0.00028	4.10	69.86	0.00006			0.00028	4.10	69.81

Важно отметить, что вычисленные на основе (2) и (11) значения $\delta\lambda'$ и T_{max} ДУПИФ хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В заключение остановимся на погрешности приближенных формул (2)—(11). Сопоставление значений параметров, рассчитанных по точным и приближенным формулам, показывает, что они лишь незначительно отличаются. Например, из табл. 4, где приведены значения параметров ДУПИФ, вычисленных с помощью соотношений (2)—(11) и на основе данных о спектральных кривых пропускания, рассчитанных по точным формулам [6], следует, что погрешность приближенных формул (2)—(11) лежит в пределах 1% для ДУПИФ с $\delta\lambda/\lambda_{max} < 0.004$. С увеличением относительной полуширины погрешность возрастает.

Выражаю благодарность Н. М. Слотиной за помощь в расчетах.

Литература

[1] Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. Изд. АН СССР, М., 1958.
[2] А. С. Валеев. Опт. и спектр., *17*, 93, 1964.
[3] В. Б. Яфаева, А. С. Валеев. Опт. и спектр., *17*, 102, 1964.
[4] Ш. А. Фурман. Опт.-мех. промышл., № 9, 50, 1968.
[5] А. Г. Власов. Опт.-мех. промышл., № 2, 11, 1946.
[6] H. Pohlack. Jenaer Jahrbuch, 101, 1952.

Поступило в Редакцию 7 августа 1972 г.