

Е. А. Усанов

(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

**ПРИМЕНЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ
ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ЛИНЕЙНО-НЕГЛАДКИХ ЗАДАЧ
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ**

На промежутке $t \geq 0$ рассмотрим динамическую систему с управлением

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$(x \in R^n, u \in R, \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n).$$

Будем считать, что доступными являются лишь ограниченные управления:

$$|u(t)| \leq L, \quad t \geq 0, \quad (0 < L < \infty). \quad (2)$$

Обозначим через $X_0 = \{x \in R^n : Ax + bu_x = 0, |u_x| \leq L\}$ множество возможных состояний равновесия системы (1). Пусть заданы число $0 < L < \infty$, вектор $z \in \text{int } X_0$, область $G \subset R^n$ ($z \in G$).

Функция $u = u_z(x)$, $x \in G$, называется ограниченной обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области G , если: 1) $u_z(z) = u_z$; 2) функция $u_z(x)$ удовлетворяет геометрическому ограничению (2): $|u_z(x)| \leq L, x \in G$; 3) замкнутая система

$$\dot{x} = Ax + bu_z(x), \quad x(0) = x_0 \in G, \quad (3)$$

имеет решение $x(t) \in G, t \geq 0$, для всех $x_0 \in G$; 4) состояние равновесия $x(t) \equiv z, t \geq 0$, системы (3) асимптотически устойчиво в G .

При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G состояния равновесия z была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе (3) были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для решения указанной проблемы естественно использовать методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется следующая вспомогательная задача оптимального управления

$$B_\theta(y) = \min \int_0^\theta |u(t) - u_z| dt, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = y, \quad (4)$$

$$-\varepsilon \leq x(\theta) - z \leq \varepsilon, \quad |u(t)| \leq L, \quad t \in T = [0, \theta]$$

($0 < \theta < \infty, \varepsilon \in R^n$ – параметры метода).

Пусть G_θ – множество всех состояний y , для которых задача (4) имеет оптимальную программу $u_z^0(t|y)$, $t \in T$. Функция $u_z(y) = u_z^0(0|y)$, $y \in G_\theta$, называется оптимальным стартовым управлением типа обратной связи для задачи (4). Показывается, что стартовая обратная связь обладает свойствами, указанными выше. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего реализацию регу-

Материалы XVIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 23–25 марта 2015г.

лирующей обратной связи в режиме реального времени. Алгоритм программно реализован на языке С. Результаты иллюстрируются на примере регулирования динамической системой четвертого порядка.