УДК 539.184 : 548.0

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В БИГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ С НЕКОММУТИРУЮЩИМИ ТЕНЗОРАМИ ε И μ

Л. М. Барковский

С помощью уравнений Максвелла прямым тензорным методом найдена простая функциональная зависимость тензоров, характеризующих собственные типы поляризации и направления распространения энергии электромагнитных волн в однородной бигиротропной среде, от фазовой нормали и комплексных некоммутирующих тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей среды. Показано, что в общем случае в среде в направлении фазовой нормали распространяются две эллиптически поляризованные волны с различными эллиптичностями и неортогональными осями эллипсов поляризации. Установлена связь между векторами лучевой и нормальной рефракции. С обсуждением соответствующих условий реализации указано на возможность существования в бигиротропных средах явления однопреломления.

Изучение оптической гиротропии, наводимой в веществе внешними воздействиями, дает ценную информацию о внутреннем поле, структуре вещества и механизмах взаимодействия излучения с веществом. В последние годы широко изучается теоретически и экспериментально магнитооптический эффект Фарадея в кристаллических проводниках, полупроводниках и диэлектриках, в особенности в материалах, имеющих магнитную структуру [1–5]. В ряде ферритов-гранатов существует область длин волн, где вращение плоскости поляризации, вызванное тензорным характером магнитной проницаемости, примерно равно вращению, вызванному тензорным характером его диэлектрической постоянной [1–3]. Такие материалы называют бигиротропными [3]. В [1] исследовано влияние магнитного поля на эффект Фарадея ферритов-гранатов в переходном диапазоне длин волн от 1 до 4 мкм. При этом эффект из гироэлектрического (электронные переходы) становится гиромагнитным (прецессия вектора намагниченности). В [5] в сильных магнитных полях обнаружен не зависящий от частоты эффект Фарадея в MnF_2 в парамагнитном и антиферромагнитном состояниях. Существование такого явления в подобных материалах было предсказано в [1], где показано, что оно должно определяться недиагональной компонентной тензора магнитной проницаемости на инфракрасных частотах и является следствием ферромагнитного и обменного резонансов.

Обнаружение и экспериментальное исследование бигиротропных сред требует построения феноменологической теории электромагнитных волн в таких средах в достаточно простой и общей форме. Существующая теория магнитооптических явлений не охватывает важный класс веществ, в которых тензоры ε и μ не коммутируют. Теоретическое рассмотрение в известных монографиях [6, 7] основываются на предположении, что диэлектрический и магнитный тензоры имеют общую систему собственных векторов, т. е. коммутируют. Это условие выполняется далеко не во всех веществах, особенно в случае индуцированной гиротропии. Поэтому нам представляется целесообразным исследование закономерностей распространения электромагнитных волн в гиротропных средах с некоммутирующими ε и μ.

Теоретическое исследование оптических свойств сред с вещественными некоммутирующими ε и μ выполнено в [8]. Здесь мы рассматриваем более общий случай прозрачных бигиротропных сред, описываемых эрмитовыми комплексными тензорами ε и μ. При этом применяется развитый в [8-10] аналитический метод, позволяющий в простой форме получить все экспериментально наблюдаемые характеристики волн в среде в виде функций от ε, μ и вектора фазовой нормали $\mathbf{n}$ без применения конкретной координатной системы. Как и в [9, 10], где рассматривались гироэлектрические среды, в феноменологическом построении вместо неизмеримых мгновенных амплитуд и фаз светового поля мы использовали простейшие корреляционные тензоры (диады), квадратично зависящие от векторов поля.

Воспользовавшись уравнениями Максвелла для безграничной среды, в которой отсутствуют свободные заряды и токи, для плоских волн вида $\mathbf{H}=\mathbf{H}_0\exp\left\{-i\omega\left(t-\frac{1}{c}\,\mathbf{mr}\right)\right\}$ аналогично [8] получаем

$$\beta\mathbf{E}=\beta^{+}\mathbf{D}=\gamma\mathbf{H}=\gamma^{+}\mathbf{B}=0, \tag{1}$$

где

$$\beta=1+\varepsilon^{-1}\mathbf{m}^{\times}\mu^{-1}\mathbf{m}^{\times},\quad \gamma=1+\mu^{-1}\mathbf{m}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{m}^{\times}. \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ — векторы напряженностей и индукций электрического и магнитного полей плоской волны, $\varepsilon^{-1}=(\varepsilon^{-1})^{+}$ и $\mu^{-1}=(\mu^{-1})^{+}$ — обратные эрмитовы тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей, $\mathbf{m}^{\times}$ — антисимметричный тензор второго ранга, дуальный вектору нормальной рефракции $\mathbf{m}$ [8] [$(\mathbf{m}^{\times})_{ik}=\delta_{ilk}m_l$; δ_{ilk} — символ Леви—Чивита]. Знак «$+$» в (1) обозначает эрмитово сопряжение. Из (2) видно, что в отличие от ε, μ тензоры β и γ в общем случае неэрмитовы. Для существования нетривиальных решений (1) необходимо, чтобы детерминанты этих тензоров обращались в нуль. Вычисление с учетом (2) дает

$$\mathbf{m}\varepsilon\mathbf{m}\cdot\mathbf{m}\mu\mathbf{m}+\mathbf{m}\tilde{\bar{\varepsilon}}\tilde{\bar{\mu}}\tilde{\varepsilon}\mathbf{m}-\mathbf{m}\varepsilon\mathbf{m}\,(\bar{\mu}\tilde{\varepsilon})_c+|\varepsilon\mu|=0, \tag{3}$$

где тильда обозначает транспозицию тензора, черта сверху — взаимный тензор [8], c — след тензора. Уравнение (3) является уравнением нормалей, играющим важную роль в электродинамике бигиротропных сред. Для однородных волн ($\mathbf{m}=n\mathbf{n}$) с заданным вещественным единичным вектором фазовой нормали $\mathbf{n}$ из (3) вытекают два решения

$$\frac{1}{n_{\pm}^{2}}=-\frac{1}{2}\left\{(\mu^{-1}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times})_c\mp\sqrt{((\mu^{-1}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times})_c)^2-4\,(\overline{\mu^{-1}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times}})_c}\right\}, \tag{4}$$

где $1/n_{+}^{2}$, $1/n_{-}^{2}$ — действительные числа,[1] являющиеся обратными квадратами показателей преломления двух волн, распространяющихся в направлении $\mathbf{n}$.

Уравнение нормалей (3) позволяет установить связь между векторами лучевой и нормальной рефракции в бигиротропной среде. Дифференцируя левую часть (3) по $\mathbf{m}$, получим вектор, параллельный вектору лучевой рефракции $\mathbf{p}_{-}$ [8]. Нормируя его с учетом условия $\mathbf{mp}=1$, получим

$$\mathbf{p}_{-}=\frac{1}{\mathbf{m}\varepsilon\mathbf{m}\cdot\mathbf{m}\mu\mathbf{m}-|\varepsilon\mu|}\{(\mathbf{m}\mu\mathbf{m}-\mathrm{Re}\,(\bar{\mu}\tilde{\varepsilon})_c)\times$$
$$\times\,\mathrm{Re}\,\varepsilon+\mathbf{m}\varepsilon\mathbf{m}\,\mathrm{Re}\,\mu+\mathrm{Re}\,(\tilde{\varepsilon}\bar{\mu}\tilde{\varepsilon})\}\,\mathbf{m}, \tag{5}$$

где $\mathrm{Re}\,\mu=(\mu+\mu^{*})/2$ обозначает действительную часть тензора. При $\mu=1$ из (5) вытекает выражение, полученное в [9] для немагнитных сред. Формула (5) отличается от соответствующей формулы для сред с вещественными симметричными ε и μ [8] присутствием в отдельных слагаемых транспонированных тензоров.

Поляризацию волн в среде удобно описывать с помощью диад, построенных из векторов поля [9, 10]. Исходными при этом являются урав-

---

[1] Для неоднородной волны $\mathbf{n}$ — комплексный вектор, а $n_{\pm}^{2}$ — комплексные числа.

нения (3). Находя прямым методом вычисления, взаимные от тензоров γ, γ^{+}, β, β^{+} (2), с учетом (1) легко показать, что имеют место следующие соотношения:

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}^{*} = c_1\bar{\gamma}, \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^{*} = c_2\mu\bar{\gamma}, \quad \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^{*} = c_3\bar{\beta}, \quad \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}^{*} = c_4\varepsilon\bar{\beta}. \tag{6}$$

Здесь c_j ($j = 1, 2, 3, 4$) — скалярные константы, а точки между векторами обозначают диады. Для описания поляризации волн достаточно первых двух соотношений (6) с векторами магнитного поля. Аналогичные зависимости имеют место для векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$. Удобно использовать «нормированные» тензоры $\rho = \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^{*} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^{*}/\mathbf{BB}^{*}$ и $\tau = \mathbf{h} \cdot \mathbf{b}^{*} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}^{*}/\mathbf{HB}^{*}$. Поскольку $\mathbf{HB}^{*} = c_1(\bar{\gamma})_c$, $\mathbf{BB}^{*} = c_2(\mu\bar{\gamma})_c$, то после деления правой и левой частей первого равенства (6) на $\mathbf{HB}^{*}$, а второго — на $\mathbf{BB}^{*}$, с учетом явного вида $\bar{\gamma}$ получим

$$\rho_{\pm} = \mathbf{b}_{\pm} \cdot \mathbf{b}_{\pm}^{*} = \frac{\mathbf{n}\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\mathbf{n}^{\times}\tilde{\mu}^{-1}\mathbf{n}^{\times} - \frac{1}{n_{\pm}^{2}}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times}}{\mathbf{n}\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n}^{\times}\mu^{-1}\mathbf{n}^{\times})_c - \frac{1}{n_{\pm}^{2}}(\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times})_c}, \tag{7}$$

$$\tau_{\pm} = \mathbf{h}_{\pm} \cdot \mathbf{b}_{\pm}^{*} = \left(\frac{1}{n_{\pm}^{2}} - \frac{1}{n_{\mp}^{2}}\right)^{-1}[n_{\pm}^{2}\mathbf{n}\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}\bar{\mu}^{-1} - \mathbf{n}\bar{\mu}^{-1}\mathbf{n}) - \mu^{-1}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times}], \tag{8}$$

где $\mathbf{b}_{\pm}\mathbf{b}_{\pm}^{*} = 1$, $\mathbf{h}_{\pm}\mathbf{b}_{\pm}^{*} = 1$. Тензоры $\rho_{\pm}$ и $\tau_{\pm}$ обладают следующими свойствами:

$$\rho_{\pm}^{2} = \rho_{\pm}^{+} = \rho_{\pm}, \quad \tau_{+}\tau_{-} = \tau_{-}\tau_{+} = \rho_{+}\tau_{-} = \rho_{-}\tau_{+} = \bar{\rho}_{\pm} = \bar{\tau}_{\pm} = 0, \quad \mathbf{n}\rho_{\pm} = \rho_{\pm}\mathbf{n} = \tau_{\pm}\mathbf{n} = 0. \tag{9}$$

Эти тензоры характеризуют собственные типы поляризации, допускаемые средой. При $\mu = 1$ имеем $\rho_{\pm} = \tau_{\pm}$ — гироэлектрическая среда. Этот случай подробно рассмотрен в [9, 10].

Из (9) вытекает условие ортогональности векторов поля изонормальных волн $\mathbf{h}_{+}\mathbf{b}_{-}^{*} = \mathbf{h}_{-}\mathbf{b}_{+}^{*} = 0$, тогда как, например, $\mathbf{b}_{+}\mathbf{b}_{-}^{*} \neq 0$. Это отличает бигиротропную среду от гироэлектрической или гиромагнитной. В первой — $\mathbf{h}_{+}\mathbf{h}_{-}^{*} = \mathbf{h}_{-}\mathbf{h}_{+}^{*} = 0$, во второй $\mathbf{b}_{+}\mathbf{b}_{-}^{*} = \mathbf{b}_{-}\mathbf{b}_{+}^{*} = 0$. В направлении $\mathbf{n}$ в бигиротропной среде распространяются две в общем случае эллиптически поляризованные волны (поляризацию определяем по вектору $\mathbf{B}$), большие полуоси эллипсов которых не ортогональны одна к другой.

Найдем общие выражения для направления осей и отношения квадратов полуосей эллипсов поляризации. Для этого выделим в тензорах ε^{-1}, μ^{-1} действительные и мнимые части и введем электрический $\mathbf{G}$ и магнитный $\mathbf{g}$ векторы, дуальные антисимметричным частям. Имеем

$$\varepsilon^{-1} = \varkappa + i\mathbf{G}^{\times}, \quad \mu^{-1} = \eta + i\mathbf{g}^{\times}, \quad \varkappa = \tilde{\varkappa}, \quad \eta = \tilde{\eta}, \quad \mathbf{G}^{\times} = -\tilde{\mathbf{G}}^{\times}, \quad \mathbf{g}^{\times} = -\tilde{\mathbf{g}}^{\times}. \tag{10}$$

Эллиптичности и направления вращения векторов $\mathbf{B}_{+}$ и $\mathbf{B}_{-}$ характеризуются действительными инвариантами $M_{\pm} = i\,(\mathbf{n}^{\times}\rho_{\pm})_c$. Из (7) с учетом (10) вытекает

$$M_{\pm} = i\,(\mathbf{n}^{\times}\rho_{\pm})_c = \frac{2\left\{(\mathbf{n}\bar{\varkappa}\mathbf{n} - (\mathbf{nG})^{2})\,\mathbf{ng} + \frac{1}{n_{\pm}^{2}}\mathbf{nG}\right\}}{(\mathbf{n}\bar{\varkappa}\mathbf{n} - (\mathbf{nG})^{2})\,(\mathbf{n}^{\times}\eta\mathbf{n}^{\times})_c - \frac{1}{n_{\pm}^{2}}(\mathbf{n}^{\times}\varkappa\mathbf{n}^{\times})_c}. \tag{11}$$

Отношение квадратов полуосей эллипсов поляризации дается выражением

$$\left(\frac{b}{a}\right)_{\pm}^{2} = \frac{1 - \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}}{1 + \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}}. \tag{12}$$

Для нахождения направлений полуосей выделим в $\rho_{\pm}$ (7) вещественную и мнимую части. Подставляя (10) в (7), с учетом (11) получим

$$\rho_{\pm} = \alpha_{\pm} + \frac{1}{2}iM_{\pm}\mathbf{n}^{\times}, \quad M_{\pm}^{2} = 4\,(\bar{\alpha}_{\pm})_c, \quad \alpha_{\pm}\mathbf{n}^{\times} + \mathbf{n}^{\times}\alpha_{\pm} = \mathbf{n}^{\times}, \tag{13}$$

где

$$\alpha_{\pm} = \operatorname{Re}(\rho_{\pm}) = \frac{\mathbf{n}^{\times}\left(\mathbf{n}\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\eta - \frac{1}{n_{\pm}^{2}}\varkappa\right)\mathbf{n}^{\times}}{\mathbf{n}\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n}^{\times}\eta\mathbf{n}^{\times})_c - \frac{1}{n_{\pm}^{2}}\,(\mathbf{n}^{\times}\varkappa\mathbf{n}^{\times})_c}, \quad (\alpha_{\pm})_c = (\rho_{\pm})_c = 1. \tag{14}$$

Направления осей эллипсов совпадают с направлениями собственных векторов вещественных тензоров $\alpha_{\pm}$ (14). Нетрудно показать, что справедливы соотношения

$$\mathbf{u}_{\pm}^{(1)}\cdot\mathbf{u}_{\pm}^{(1)} = \frac{\frac{M_{\pm}^{2}}{2}\mathbf{n}^{\times 2} + \left(1 + \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}\right)\alpha_{\pm}}{1 - M_{\pm}^{2} + \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}},$$

$$\mathbf{u}_{\pm}^{(2)}\cdot\mathbf{u}_{\pm}^{(2)} = \frac{\frac{M_{\pm}^{2}}{2}\mathbf{n}^{\times 2} + \left(1 - \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}\right)\alpha_{\pm}}{1 - M_{\pm}^{2} - \sqrt{1 - M_{\pm}^{2}}}, \tag{15}$$

где $\mathbf{u}_{+}^{(1)}$, $\mathbf{u}_{-}^{(1)}$ ($\mathbf{u}_{+}^{(2)}$, $\mathbf{u}_{-}^{(2)}$) — единичные векторы вдоль больших (малых) полуосей эллипсов поляризации изонормальных волн. Перемножив соответственно правые и левые части двух первых равенств (15) с последующим вычислением следа, найдем квадрат косинуса угла между большими осями эллипсов. Учитывая явный вид $\alpha_{\pm}$ (14), получаем

$$\cos^2\theta = (\mathbf{u}_{+}^{(1)}\mathbf{u}_{-}^{(1)})^2 = \frac{1}{2\sqrt{(1 - M_{+}^{2})(1 - M_{-}^{2})}}\Bigg(1 + M_{+}M_{-} + \sqrt{(1 - M_{+}^{2})(1 - M_{-}^{2})} +$$

$$+ \frac{2\left(\frac{1}{n_{+}^{0\,2}} - \frac{1}{n_{-}^{0\,2}}\right)^2}{n\bar{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n}^{\times}\eta\mathbf{n}^{\times})_c^2 + \mathbf{n}\bar{\mu}^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n}^{\times}\varkappa\mathbf{n}^{\times})_c^2 + (\mathbf{n}^{\times}\eta\mathbf{n}^{\times})_c\,(\mathbf{n}^{\times}\varkappa\mathbf{n}^{\times})_c\,(\mu^{-1}\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times})_c}, \tag{16}$$

где $1/n_{+}^{0\,2}$, $1/n_{-}^{0\,2}$ находятся с помощью (4) при подстановке вместо ε^{-1} и μ^{-1} соответственно $\varkappa$ и η.

Анализ выражения (11) показывает, что в общем случае $|M_{+}| \neq |M_{-}|$, т. е. эллиптичности волн различны. Причем M_{+} и M_{-} имеют противоположные знаки, что указывает на противоположное вращение векторов $\mathbf{B}_{+}$ и $\mathbf{B}_{-}$.

Свойства бигиротропной среды существенно зависят от взаимной ориентации комплексных собственных векторов тензоров ε^{-1} и μ^{-1}. Если для некоторой частоты выполняется условие

$$\tilde{\mu}^{-1} = p\varepsilon^{-1}, \quad \eta = p\varkappa, \quad \mathbf{g} = -p\mathbf{G}, \tag{17}$$

где p — вещественный скаляр, то среда обладает однопреломлением.[2] При этом из (4), (7), (8), (5) следует

$$\frac{1}{n_{\pm}^{2}} = p\,(\mathbf{n}\varkappa\mathbf{n} - (\mathbf{n}\mathbf{G})^2) = \frac{1}{p}\,(\mathbf{n}\eta\mathbf{n} - (\mathbf{n}\mathbf{g})^2),$$

$$\rho_{\pm} = \tau_{\pm} = \frac{0}{0}, \quad \mathbf{p}_{+} = \mathbf{p}_{-}, \tag{18}$$

т. е. для любого направления распространения скорости обеих волн и лучи совпадают, а поляризации могут быть произвольными. Отличие от изотропной среды состоит в том, что скорость волн в данном случае зависит от направления $\mathbf{n}$. Условие (17) может быть реализовано при наложении на среду ориентированных воздействий, например электрических и магнитных полей. Явление однопреломления в подобного рода материалах может быть использовано для управляемого разделения лучей, фильтрации по поляризациям и других целей.

---

[2] Однопреломление в негиротропных магнитных кристаллах рассматривалось в [8].

Рассмотрим еще некоторые частные случаи. Если вещественные части тензоров ε^{-1}, μ^{-1} скалярные $\left(\varkappa = \frac{1}{\varepsilon},\ \eta = \frac{1}{\mu}\right)$, то из (4), (7), (11) вытекает

$$\frac{1}{n_\pm^2} = \left(\frac{1}{\varepsilon} \pm \mathbf{nG}\right)\left(\frac{1}{\mu} \pm \mathbf{ng}\right),\quad \rho_\pm = \frac{1}{2}\left(-\mathbf{n}^{\times 2} \pm i\mathbf{n}^\times\right),\quad M_\pm = \pm 1. \tag{19}$$

По любому направлению в среде распространяются две волны, поляризованные по **кругу**.

Для гиромагнитной среды $(\varepsilon^{-1} = \varkappa = 1)$ соотношения (7), (8) переходят в

$$\rho_\pm^{(м)} = \left(\frac{1}{n_\pm^2} - \frac{1}{n_\mp^2}\right)^{-1}\left(\mathbf{n}^\times \bar{\mu}^{-1}\mathbf{n}^\times - \frac{1}{n_\pm^2}\mathbf{n}^{\times 2}\right), \tag{20}$$

$$\tau_\pm^{(м)} = \left(\frac{1}{n_\pm^2} - \frac{1}{n_\mp^2}\right)^{-1}\left(n_\pm^2\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}\bar{\mu}^{-1} - \mathbf{n}\bar{\mu}^{-1}\mathbf{n}\right) - \mu^{-1}\mathbf{n}^{\times 2}\right). \tag{21}$$

Большие полуоси эллипсов при этом взаимно ортогональны $(\rho_+^{(м)}\rho_-^{(м)} = \rho_-^{(м)}\rho_+^{(м)} = 0)$, как и в случае гироэлектрических сред. Инвариант $M_\pm$ (11) принимает вид

$$M_\pm^{(м)} = \frac{2\mathbf{ng}}{\dfrac{1}{n_\pm^2} - \dfrac{1}{n_\mp^2}},\quad M_+^{(м)} = -M_-^{(м)}, \tag{22}$$

откуда следует, что эллиптичности обеих волн одинаковы, а направления вращения векторов $\mathbf{B}_+$, $\mathbf{B}_-$ противоположны.

Таким образом, для бигиротропных сред в общем случае любых направлений распространения электромагнитного излучения показано, как анизотропия его поляризационных свойств, характеризуемая тензорами собственных типов поляризации ρ и τ, связана с тензорами ε^{-1} и μ^{-1}.

Автор благодарен Б. В. Бокутю за обсуждение результатов работы и сделанные замечания.

Литература

[1] Г. С. Кринчик, М. В. Четкин. ЖЭТФ, *41*, 673, 1961.
[2] Г. С. Кринчик, С. А. Гущина. ЖЭТФ, *55*, 490, 1968.
[3] Г. С. Кринчик, М. В. Четкин. Усп. физ. наук, *98*, 1, 1969.
[4] Р. В. Писарев. ЖЭТФ, *58*, 1421, 1970.
[5] Н. Ф. Харченко, В. В. Еременко. ФТТ, *9*, 1655, 1967.
[6] А. Г. Гуревич. Ферриты на сверхвысоких частотах. Физматгиз, М., 1960.
[7] А. В. Соколов. Оптические свойства металлов. Физматгиз, М., 1961.
[8] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд. АН БССР, Минск, 1958.
[9] Л. М. Барковский. Кристаллография, *18*, 465, 1973.
[10] Л. М. Барковский. Опт. и спектр., *34*, 1193, 1973.

Поступило в Редакцию 3 июля 1973 г.