

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВТОРОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГАРМОНИКИ ПРИ ФАЗОВОМ РАССОГЛАСОВАНИИ

Г. В. Кривошеков, Н. Г. Никулин и В. И. Строганов

Рассматривается задача о нестационарном возбуждении второй оптической гармоники в нелинейном кристалле при фазовом рассогласовании. Показывается, что фазовое рассогласование приводит к дополнительной амплитудной модуляции излучения гармоники. Найден способ точного решения геометро-оптической задачи о нестационарном возбуждении второй гармоники при фазовом рассогласовании. Результаты теории сравниваются с экспериментом.

Как показано в [1], нестационарность возбуждения второй гармоники сверхкоротким импульсом света в кристалле с квадратичной нелинейностью обусловлена в основном конечностью времени группового запаздывания взаимодействующих волн. Теоретически и экспериментально нестационарное возбуждение второй гармоники изучено достаточно подробно лишь для случая фазового согласования взаимодействующих волн (синхронизма) [1-6]. В работах [1-6] показано, что в линейном приближении теории дисперсии<sup>1</sup> групповое запаздывание волн приводит к тому, что возбуждаемый импульс второй гармоники может быть значительно длиннее импульса накачки. Причем длина импульса гармоники пропорциональна длине нелинейного кристалла.

Обратная реакция второй гармоники на накачку вызывает некоторое сужение импульса накачки в среде [1]. Существенный интерес представляет анализ особенностей нестационарного возбуждения второй гармоники при фазовом рассогласовании между взаимодействующими волнами ( $\Delta k \neq 0$ ,  $\Delta k$  — расстройка волновых векторов). В этом случае помимо удлинения импульса максимум спектральной плотности второй гармоники смещается на частоту  $\omega_p = \Delta k v^{-1}$ , где  $v = u_2^{-1} - u_1^{-1}$  — параметр расстройки групповых скоростей. Экспериментально последнее явление наблюдалось в работе [5], а в [7, 8] оно было использовано для создания генератора с перестраиваемой частотой.

Нестационарное возбуждение второй гармоники при  $\Delta k \neq 0$  рассматривалось в работе [9]. Однако в ней основное внимание было уделено анализу влияния на гармонику пространственной структуры накачки.

Настоящая работа посвящена изучению нестационарного возбуждения второй гармоники волной с бесконечным плоским фронтом при фазовом рассогласовании. В работе, используя временное представление, показывается, что фазовая расстройка приводит к дополнительной амплитудной модуляции излучения гармоники. Находятся условия, при которых импульс второй гармоники может разбиваться на две части. А также расширяется класс точных решений задачи о возбуждении второй гармоники на случай  $\Delta k \neq 0$ . Результаты теории проверяются экспериментально.

<sup>1</sup> Если длительность импульса накачки не короче  $10^{-13}$  сек., то для реальных длин нелинейных кристаллов дисперсионным расплыванием пакетов можно пренебречь, так как  $d^2k/d\omega^2 \approx 10^{-27}$  сек.<sup>2</sup>/см.



1. Предположим, что электрическое поле накачки и второй гармоники представляют собой амплитудно-модулированные волны с бесконечными плоскими фазовыми фронтами, распространяющиеся в  $+z$ -направлении

$$E_{1,2}(z, t) = e_{1,2} \bar{A}_{1,2}(z, t) \exp[i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}z)]. \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем индексы 1 и 2 относятся соответственно к накачке и второй гармонике;  $\bar{A}_{1,2}(z, t)$  — медленные от своих аргументов комплексные амплитуды;  $e_{1,2}$  — единичные векторы поляризации;  $k_{1,2}$  — волновые векторы. Для полей вида (1) процесс возбуждения второй гармоники описывается уравнениями для медленных амплитуд [10]

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial}{\partial t}\right) \bar{A}_1 = i\gamma_1 \bar{A}_1^* \bar{A}_2 e^{i\Delta k z}, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial}{\partial t}\right) \bar{A}_2 = -i\gamma_2 \bar{A}_1^2 e^{-i\Delta k z}, \quad (3)$$

где  $u_{1,2} = (dk/d\omega)^{-1}|_{\omega_{1,2}}$  — групповые скорости;  $\Delta k = 2k_1 - k_2$  — расстройка волновых векторов взаимодействующих волн;  $\gamma_{1,2}$  — нелинейные константы ( $\gamma_i = 4\pi\omega_i^2 c^{-2} k_i^{-1} e_i \chi e_j e_k$ ) и граничными условиями для функций  $\bar{A}_{1,2}$  на плоскости  $z = 0$ .

Вводя характерные переменные

$$\eta = t - zu_1^{-1}, \quad \xi = t - zu_2^{-1},$$

преобразуем уравнения (2), (3) к более удобному виду

$$\frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \xi} = i\tilde{\gamma}_1 \bar{A}_1^* \bar{A}_2 e^{i\omega_p(\eta-\xi)}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{A}_2}{\partial \eta} = -\tilde{\gamma}_2 \bar{A}_1^2 e^{i\omega_p(\eta-\xi)}. \quad (5)$$

Здесь  $\tilde{\gamma}_{1,2} = \gamma_{1,2} v^{-1}$ ,  $\omega_p = \Delta k v^{-1}$ .

2. Исследуем возбуждение второй гармоники в приближении заданного поля. В этом случае процесс описывается одним уравнением (5), решение которого с приближенным граничным условием ( $\bar{A}_2|_{z=0} = 0$ , [10]) имеет вид

$$\bar{A}_2(\eta, \xi) = -i\tilde{\gamma}_2 e^{i\omega_p \xi} \int_{\xi}^{\eta} \bar{A}_1^2(\eta') e^{-i\omega_p \eta'} d\eta'. \quad (6)$$

Проанализируем выражение (6). Для простоты выберем импульс накачки прямоугольной формы.

$$\bar{A}_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ A_0, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau. \end{cases} \quad (7)$$

Используя соотношения (6) и (7), найдем квадрат модуля амплитуды второй гармоники для существенно нестационарного случая ( $z > \tau v^{-1}$ ,  $\tau v^{-1}$  — характерная длина группового запаздывания)

$$|\bar{A}_2(z, t)|^2 = \tilde{\gamma}^2 \frac{A_0^2}{\omega_p^2} \begin{cases} 0, & t < zu_1^{-1}, \\ \sin^2 \frac{\omega_p}{2} (t - zu_1^{-1}), & zu_1^{-1} \leq t \leq zu_1^{-1} + \tau, \\ \sin^2 \frac{\omega_p}{2} \tau, & zu_1^{-1} + \tau < t < zu_2^{-1}, \\ \sin^2 \frac{\omega_p}{2} (t - zu_1^{-1} - \tau), & zu_2^{-1} \leq t \leq zu_2^{-1} + \tau, \\ 0, & t > zu_2^{-1} + \tau. \end{cases} \quad (8)$$

Зависимость  $|\bar{A}_2|^2$  от времени для фиксированной точки  $z$  схематически изображена на рис. 1. Как видно из этого рисунка, в возбужденном



импульсе второй гармоники можно выделить три характерные области. Поле гармоники в области *I* создано импульсом накачки, пришедшим в точку  $z$  с групповой скоростью  $u_1$ . Область *II* — вклад в поле гармоники всей среды от границы до точки  $z$ . Область *III* обусловлена импульсом гармоники, возбужденным на границе нелинейной среды ( $z=0$ ) и распространяющимся с групповой скоростью  $u_2$ . В областях *I* и *III*  $|\bar{A}_2|^2$  осциллирует с частотой  $\omega_p/2$ ,<sup>2</sup> а в области *II* имеет постоянное значение. Проявление осцилляций в областях *I* и *III* можно объяснить следующим образом. Разложим волновые векторы волн второй гармоники  $k_2(\omega)$  и накачки  $k_1(\omega)$  в ряды в окрестности несущих частот  $2\omega_1$  и  $\omega_1$ .

$$k_2(\omega) \simeq k_2(2\omega_1) + u_2^{-1}(\omega - 2\omega_1), \quad (9a)$$

$$k_1(\omega) \simeq k_1(\omega_1) + u_1^{-1}(\omega - \omega_1). \quad (9б)$$

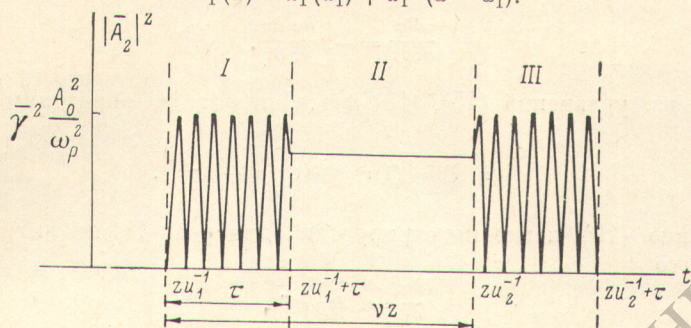


Рис. 1.

Так как волна нелинейной поляризации  $P_{\text{нл}}(\omega) \sim E_1^* E_1$ , то ее волновой вектор будет

$$k_{\text{нл}}(\omega) \simeq 2k_1(\omega_1) + u_1^{-1}(\omega - 2\omega_1). \quad (9в)$$

Сопоставляя выражения (9а) и (9в), найдем частоту  $\omega = 2\omega_1 + \omega_p$ , волны, которая дает максимальный вклад в излучение второй гармоники (для нее выполнены условия синхронизма). В данной точке кристалла  $z$  зависимость от времени этой волны и несущей волны нелинейной поляризации определяется разными частотами. Фазы волн расходятся на  $2\pi$  за время  $2\pi/\omega_p$ . Соответственно будет осциллировать с частотой  $\omega_p$  работа поля, а следовательно, и амплитуда второй гармоники.  $|\bar{A}_2|^2$ , естественно, осциллирует с частотой  $\omega_p/2$ .

Постоянное значение  $|\bar{A}_2|^2$  в области *II*, по-видимому, связано с тем, что фазовое соотношение между волнами гармоники и нелинейной поляризации, устанавливающееся за время  $\tau$ , в среде не изменяется.

Следует отметить, что  $|\bar{A}_2|^2 = 0$  в области *II*, если  $\omega_p \tau / 2 = n\pi$  ( $n$  — целое число). При выполнении последнего условия возбуждаются два импульса гармоники, промодулированные частотой  $\omega_p$  и отстоящие один от другого на  $\nu z$ .

3. Покажем возможность точного решения геометро-оптической задачи о возбуждении второй гармоники при фазовом рассогласовании. Вводя новые функции

$$A_1(\eta, \xi) = \bar{A}_1(\eta, \xi) e^{-i\omega_p \eta / 2}, \quad (10)$$

$$A_2(\eta, \xi) = \bar{A}_2(\eta, \xi) e^{-i\omega_p \xi}, \quad (11)$$

систему уравнений (4), (5) можно представить в виде

$$\frac{\partial A_1}{\partial \xi} = i\gamma_1 A_1^* A_2, \quad (12)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial \eta} = -i\gamma_2 A_1^2. \quad (13)$$

<sup>2</sup> Дополнительная амплитудная модуляция второй гармоники наблюдается в синхронизме, если импульс накачки имеет фазовую модуляцию [5].



При решении системы (12), (13) воспользуемся методом, предложенным в работе [11]. Суть этого метода состоит в сведении системы (12), (13) к уравнению Лиувилля в смешанных производных, общее решение которого известно.

Следуя работе [11], перейдем к вещественным функциям  $u(\eta, \xi)$  и  $\varphi(\eta, \xi)$ , представив  $A_1(\eta, \xi)$  в следующей форме:

$$A_1(\eta, \xi) = \exp[u(\eta, \xi) + i\varphi(\eta, \xi)]. \quad (14)$$

В результате замены (14) приходим к системе уравнений относительно функции  $u(\eta, \xi)$  и  $\varphi(\eta, \xi)$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2 e^{2u} + 2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} = -2 \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}. \quad (16)$$

Найдя из уравнений (15), (16)  $u(\eta, \xi)$  и  $\varphi(\eta, \xi)$ , определим и  $A_2(\eta, \xi)$ , так как

$$A_2(\eta, \xi) = (1/i\bar{\gamma}_1) e^{2i\varphi} \left[ \frac{\partial u}{\partial \xi} + i \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right]. \quad (17)$$

Уравнение (16) легко интегрируется один раз. После интегрирования получим, что

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = C(\eta) e^{-2u}, \quad (18)$$

где функцию  $C(\eta)$  определим из начальных условий. Если предположить, что  $\varphi$  есть функция только от  $\xi$ , то  $\partial \varphi / \partial \eta = 0$ . Тогда для определения  $u(\eta, \xi)$  имеем уравнение Лиувилля

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2 e^{2u}. \quad (19)$$

Общее решение уравнения (19) известно

$$|A_1|^2 = e^{2u} = \frac{1}{\bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2} \frac{f_1'(\eta) f_2'(\xi)}{[1 - f_1(\eta) f_2(\xi)]}. \quad (20)$$

Вид функции  $f_1(\eta)$  и  $f_2(\xi)$  может быть найден из граничных условий на плоскости  $z=0$  ( $\eta=\xi$ ), как это подробно изложено в работе [11]. Определив функции  $f_1(\eta)$  и  $f_2(\xi)$ , можно найти  $A_2(z, t)$ , в которой будет учтено обратное влияние гармоника на накачку.

4. При экспериментальной проверке дополнительной амплитудной модуляции излучения второй гармоники, вызванной фазовым рассогласованием (рис. 1), была использована пространственно-временная аналогия, имеющая место в нелинейной оптике [1]. Согласно этой аналогии, «аналогом группового запаздывания в теории взаимодействия ограниченных пучков является боковой снос энергии, обусловленный различием в направлении луча и нормали к фазовому фронту в анизотропной среде» [12]. При этом параметрам  $\nu$  и  $\tau\nu^{-1}$  временной задачи соответствуют в пространственной задаче тангенс угла анизотропии ( $\text{tg } \beta$ ) и апертурная длина  $l_\beta$  [13]. Из сказанного следует, что пространственное распределение излучения второй гармоники, возбужденной ограниченным пучком накачки, с точностью до замены переменных  $x \rightarrow t$  соответствует временному распределению гармоника в нестационарной задаче. Последнее позволило получить экспериментальные данные временного распределения излучения второй гармоники из опытов по возбуждению второй гармоники ограниченными пучками.

В эксперименте в качестве накачки для второй гармоники использовалось излучение лазера на рубине, а удвоителями служили два кристалла KDP длиной 54 и 28 мм с углом анизотропии  $\beta \approx 1.5^\circ$ . Такие длины кристаллов позволяли исследовать излучение второй гармоники при существенном апертурном эффекте ( $l_\beta \approx 21$  мм) [13]. Методика экспери-



мента была следующей. Перед передней гранью кристалла располагался экран с тремя отверстиями диаметром 0.5 мм, который из пучка излучения лазера выделял три луча. Каждый из лучей падал на кристалл нормально. Непосредственно за задней гранью кристалла помещались светофильтр и фотопластинка, на которой регистрировалось излучение накачки и второй гармоники. При перекрывании крайних отверстий в экране на кристалл попадал один луч накачки. Этот луч возбуждал вторую гармонику, которая выделялась из основного излучения светофильтрами ФС-7. При перекрывании центрального отверстия за кристаллом располагались светофильтры КС-18, пропускающие только накачку.

Результаты эксперимента для взаимодействия  $oo \rightarrow e$  приведены на рис. 2—4. Верхняя и нижняя точки в левых частях рис. 2—4 соответствуют излучению накачки, а центральные части — второй гармонике. На рис. 2

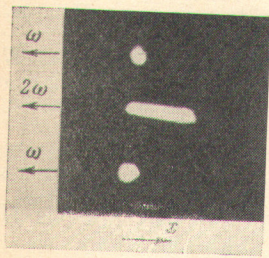


Рис. 2. Пространственное распределение излучения второй гармоники. Кристалл KDP длиной 54 мм,  $\Delta k=0$ .

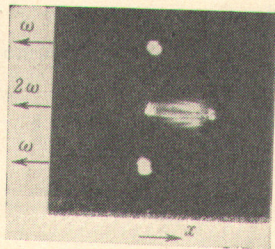


Рис. 3. Пространственное распределение излучения второй гармоники. Кристалл KDP длиной 54 мм,  $\Delta k \neq 0$ .

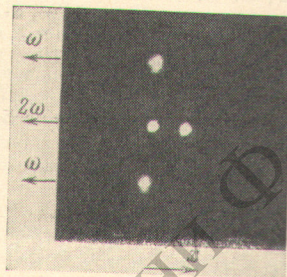


Рис. 4. Пространственное излучение второй гармоники. Кристалл KDP длиной 28 мм,  $\Delta k \neq 0$ .

показано распределение излучения второй гармоники для случая синхронизма. Как видно из этого рисунка, снос энергии вызывает значительное растягивание излучения гармоники вдоль оси  $x$  (1.8 мм).

Небольшое отклонение от синхронизма (рис. 3)) вызывает существенное изменение распределения излучения второй гармоники. Интенсивность излучения в центре «плоскости» резко падает.

На рис. 4 приведено распределение излучения второй гармоники при большом  $\Delta k$  (кристалл вырезан так, что синхронизм выполняется для волны 1.06 мкм). Из рис. 4 видно, что излучение гармоники имеет провал в центре «плоскости» и представляет собой две точки. Расстояние между точками 0.825 мм.

Заменяя в полученных экспериментальных результатах (рис. 3, 4)  $x$  на  $t$ , получаем временные распределения излучения второй гармоники в существенно нестационарном режиме ( $z > \tau\nu^{-1}$ ) при фазовом рассогласовании. Сравнение найденных временных распределений гармоники с предсказанными теоретически показывает хорошее качественное согласие.<sup>3</sup>

Таким образом, наличие фазового рассогласования приводит к дополнительной амплитудной модуляции излучения нестационарной второй гармоники. При определенных условиях дополнительная амплитудная модуляция является причиной появления двух импульсов второй гармоники, следующих один за другим через время  $\nu z$ .

Задачу о нестационарном возбуждении второй гармоники при  $\Delta k \neq 0$  можно решить с учетом обратной реакции для произвольных граничных условий. Вычисления при этом несложные, но довольно громоздкие.

В заключение авторы выражают благодарность В. М. Тарасову за помощь в проведении эксперимента.

<sup>3</sup> Осцилляции внутри «точек» (импульсов) гармоники (рис. 4) не разрешается из-за их большой частоты.



## Литература

- [1] С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, А. С. Чиркин. ЖЭТФ, 55, 1430, 1968.
- [2] J. Comly, E. Garmire. Appl. Phys. Lett., 12, 7, 1968.
- [3] R. C. Miller. Phys. Lett., 26A, 177, 1968.
- [4] S. L. Shapiro. Appl. Phys. Lett., 13, 19, 1968.
- [5] W. H. Glenn. IEEE J. Quant. Electron., QE-5, 284, 1969.
- [6] Г. В. Кривошеков, Н. Г. Никулин, Р. И. Соколовский. Опт. и спектр., 31, 448, 1971.
- [7] R. L. Carman, J. Hanus, D. L. Weinberg. Appl. Phys. Lett., 11, 250, 1967.
- [8] J. P. Budin, J. Raffy, J. Ernest. IEEE J. Quant. Electron., QE-4, 558, 1968.
- [9] Р. Ю. Орлов, Т. Усманов, А. С. Чиркин. ЖЭТФ, 58, 1069, 1969.
- [10] А. С. Ахманов, Р. В. Хохлов. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964.
- [11] Ф. Г. Басс, В. Г. Синицын. УФЖ, 17, 124, 1972.
- [12] С. А. Ахманов, А. С. Чиркин. Статистические явления в нелинейной оптике. Изд. МГУ, М., 1971.
- [13] С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, А. С. Чиркин. Изв. вузов, радиофизика, 10, 1639, 1967.

Поступило в Редакцию 21 июля 1972 г.