

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ИНДУЦИРОВАННОГО  
ДВУПРЕЛОМЛЕНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛОВ  
В КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОМ СВЕТЕ

Д. А. Белогуров и Ю. В. Шалдин

Рассмотрена возможность регистрации индуцированного двупреломления в анизотропных кристаллах при использовании квазимонохроматических источников излучения. Показано, что при определенных соотношениях между скоростью изменения линейного двупреломления  $d\varphi/d\lambda$  и немонохроматичностью  $\Delta\lambda$  влияние систематической ошибки, обусловленной оптической системой, на результаты эксперимента неизначительно. Описанная методика была проверена для частного случая измерения индуцированного электрическим полем двупреломления ряда анизотропных ацентрических кристаллов.

Измерение индуцированного двупреломления  $\gamma_m$ , равного разности фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, вызванной внешним воздействием, в анизотропных кристаллах вдоль направлений, не совпадающих с оптическими осями, при использовании квазимонохроматических источников излучения является задачей, по-видимому, нетривиальной. Такая задача применительно к электрооптике была впервые сформулирована в работе Цвиккера и Шеррера [1] и до настоящего времени не нашла удовлетворительного решения [2]. Цель настоящей работы — показать, что при определенных соотношениях между немонохроматичностью излучения  $\Delta\lambda$  и скоростью изменений величины линейного двупреломления (л. д.)  $d\varphi/d\lambda$  систематическая ошибка при измерении  $\gamma_m$ , обусловленная дисперсией  $d\varphi/d\lambda$ , стремится к нулю, и для обработки экспериментальных результатов можно пользоваться хорошо известными соотношениями [3]. При дальнейшем изложении авторы будут придерживаться терминологии, установившейся в электрооптике, что ни в коей мере не снижает общности содержащихся в статье результатов.

Рассмотрим находящийся во внешнем поле кристаллический образец в виде прямоугольной пластины толщины  $l$ , величина л. д. которого

$$\varphi = \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\Delta n = n_a - n_b$  анизотропия показателей преломления.

Пропускание оптической системы, состоящей из поляризатора, двупреломляющего образца и анализатора, при условии, что спектральная плотность излучения источника  $I_0(\lambda)$ , описывается соотношением [4]

$$J(\lambda) = \frac{I_0(\lambda)}{2} \left[ 1 - \cos \frac{2\pi l (\Delta n_i + \Delta n)}{\lambda} \right], \quad (2)$$

где  $\Delta n_i$  — приращение показателя преломления, вызванное внешним воздействием. Можно показать, что при  $\Delta n_i l / \lambda \ll 1$  постоянная  $J_+$  и переменная  $J_-$  составляющие будут соответственно равны

$$J_+ = \frac{I_0(\lambda)}{2} \left[ 1 - \cos \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda} \right], \quad (3)$$

$$J_- = \frac{I_0(\lambda)}{2} \gamma_m \sin \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) видно, что  $J_+$ ,  $J_-$  и коэффициент модуляции, который однозначно определяет величину исследуемого явления,

$$\eta = \frac{J_-}{J_+} = \gamma_m \frac{\sin \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda}}{1 - \cos \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda}} \quad (5)$$

будут осциллировать при изменении длины волны. При значении аргумента

$$\varphi = \pi \left( N + \frac{1}{2} \right), \quad (6)$$

где  $N$  — любое целое число соотношения (3), (4) и (5) переходят в выражения, приведенные в работе [3].

Поскольку большая часть источников излучения является квазимонохроматическими, значительный интерес представляет учет влияния немонохроматичности на результаты экспериментов. Данное обстоятельство особенно существенно при изучении дисперсии  $\gamma_m$ , так как немонохроматичность источников приводит к зависящей от длины волны систематической ошибке, значительно искажающей результаты исследования. Рассмотрим этот случай. Пусть немонохроматичность спектрального прибора характеризуется шириной спектрального интервала  $2\Delta\lambda$ . Проинтегрировав (3) и (4) по интервалу от  $\lambda - \Delta\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$  с учетом того, что функцию  $\varphi(\lambda)$ , описывающую л. д. в кристаллах, можно аппроксимировать двумя первыми членами ряда Тейлора

$$\varphi = \varphi_0 + (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda_x = \varphi_0 + \frac{2\pi l}{\lambda} \left( \frac{d\Delta n}{d\lambda} - \frac{\Delta n}{\lambda} \right) \Delta\lambda_x, \quad (7)$$

получим

$$J_+ = \int_{\lambda-\Delta\lambda}^{\lambda+\Delta\lambda} \frac{I_0(\lambda)}{2} \{1 - \cos [\varphi_0 + (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda_x]\} d\lambda = \\ = I_0(\lambda) \left[ \Delta\lambda - \frac{1}{(d\varphi/d\lambda)} \cos \varphi_0 \sin (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda \right] \quad (8)$$

и

$$J_- = \int_{\lambda+\Delta\lambda}^{\lambda-\Delta\lambda} \frac{I_0(\lambda)}{2} \gamma_m \sin [\varphi_0 + (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda_x] d\lambda = I_0(\lambda) \frac{\gamma_m}{(d\varphi/d\lambda)} \sin \varphi_0 \sin (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda. \quad (9)$$

Интегрирование проводилось в предположении, что спектральная плотность  $I_0(\lambda)$  на участке  $2\Delta\lambda$  постоянна. Более сложный характер зависимости  $I_0(\lambda)$  лишь усложнит вычисления, не внеся существенных изменений в результаты. Используя (8) и (9), получим выражение для коэффициента модуляции

$$\eta = \gamma_m \frac{\sin \varphi \sin (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda}{(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda - \cos \varphi \sin (d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda} = \\ = \gamma_m \frac{\sin \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda} \sin \frac{2\pi l \Delta \lambda}{\lambda} \left( \frac{d\Delta n}{d\lambda} - \frac{\Delta n}{\lambda} \right)}{\frac{2\pi l \Delta \lambda}{\lambda} \left( \frac{d\Delta n}{d\lambda} - \frac{\Delta n}{\lambda} \right) - \cos \frac{2\pi l \Delta n}{\lambda} \sin \frac{2\pi l \Delta \lambda}{\lambda} \left( \frac{d\Delta n}{d\lambda} - \frac{\Delta n}{\lambda} \right)}. \quad (10)$$

Из анализа соотношения (10) видно, что величина систематической ошибки определяется произведением скорости изменения л. д.  $(d\varphi/d\lambda)$  в кристалле на полуширину спектрального интервала  $\Delta\lambda$ . Если  $(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda \ll 1$ , выражение (10) переходит в (5). Это позволяет пользоваться соотношениями, приведенными в [3]. При увеличении  $(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda$  систематическая ошибка возрастает. В предельном случае, когда  $(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda \gg 1$ , амплитуды осцилляций  $J_+$  и  $J_-$  весьма незначительны. Тогда величина коэффициента модуляции асимптотически стремится к нулю при  $(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda \rightarrow \infty$ .

Полученные выше результаты были проверены при измерении двупреломления, вызванного внешним электрическим полем, в кристаллах ZnO, CdS, PbTiO<sub>3</sub>, KН<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>, LiNbO<sub>3</sub>. Работа проводилась на установке, описанной в работе [3], со снятым  $\lambda/4$  приспособлением. Так как данные экспериментов оказались по характеру очень близкими, авторы считают возможным ограничиться приведением данных, полученных при измерении кристаллов CdS. В качестве образца использовалась прямоугольная

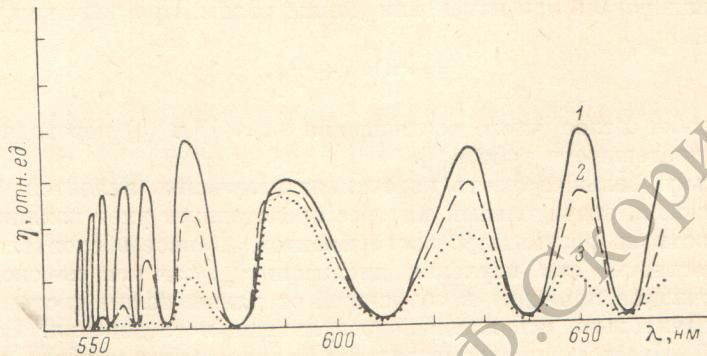


Рис. 1. Осцилляции коэффициента модуляции  $\eta$  в зависимости от длины волны при разных значениях ширины щели монохроматора.

1 — 0.1, 2 — 0.4, 3 — 0.8 мм. Спектральные интервалы для  $\lambda = 650$  нм соответственно равны: 1 — 2.6, 2 — 10.4, 3 — 20.8 нм.

пластиинка ( $l=0.8$  мм)  $y$ -среза с осью  $z$ , параллельной электрическому полю. Спектральный интервал для данного монохроматора может быть определен как

$$\Delta\lambda \approx L [0.11 + 0.001 (\lambda - 500)],$$

где  $L$  — ширина щели монохроматора в 0.01 мм,  $\lambda$  — длина волны в нм. На рис. 1 приведены результаты измерения коэффициента модуляции

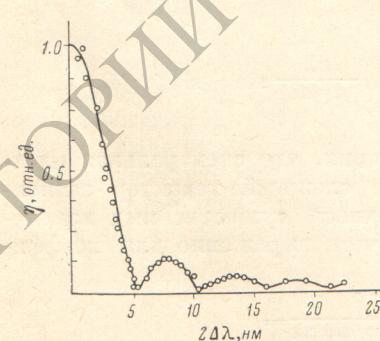


Рис. 2. Осцилляции коэффициента модуляции при изменении спектрального разрешения монохроматора  $2\Delta\lambda$ .

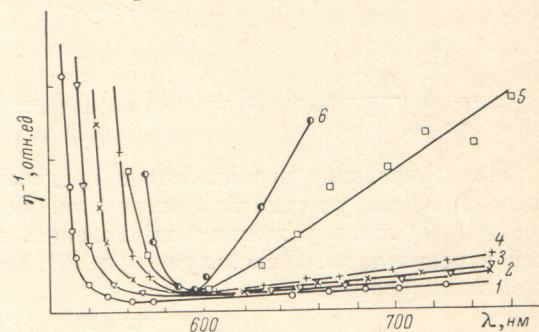


Рис. 3. Дисперсия обратного значения коэффициента модуляции при разных значениях ширины щели монохроматора.

1 — 0.05, 2 — 0.1, 3 — 0.2, 4 — 0.4, 5 — 0.8, 6 — 1 мм. Спектральные интервалы для  $\lambda = 650$  нм соответственно равны: 1 — 1.3, 2 — 2.6, 3 — 5.2, 4 — 10.4, 5 — 20.8, 6 — 26 нм.

как функции длины волны при различной ширине щелей монохроматора. Из этого рисунка видно, что по мере увеличения входной и выходной щелей коэффициент модуляции уменьшается, что согласуется с формулой (10). Исключением является точка  $\lambda = 590$  нм, в которой  $\eta$  не зависит от ширины щелей, так как скорость изменения л. д.  $d\varphi/d\lambda$  стремится к нулю. Отметим, что именно в окрестности этой точки измерения электрооптического эффекта в CdS были проведены Гайненом [2].

Для оценки влияния параметра  $(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda$  на систематическую ошибку измерения электрооптических коэффициентов были проведены измерения зависимости  $\eta$  от ширины щели монохроматора (рис. 2). Данные опыта хорошо согласуются с теорией.

На рис. 3 показана зависимость  $\eta^{-1}$  от длины волны, построенная по точкам, в которых выполняется условие (6). Измерения проводились при ширине входной и выходной щелей 0,05, 0,1, 0,2, 0,4, 0,8 и 1 мм. Как видно при уменьшении ширины щелей, систематическая ошибка в определении  $\eta^{-1}$  уменьшается, а само значение  $\eta^{-1}$  стремится к своему истинному значению. При измерении электрооптических эффектов зависимость  $\eta^{-1}$  — не что иное, как дисперсия внешнего управляющего напряжения  $U_{\lambda/2}$ , а сам ход указанных зависимостей говорит о значительной систематической ошибке измерения  $U_{\lambda/2}$ , если не учитывать спектральные характеристики прибора.

Описанная методика при достаточном разрешении  $[(d\varphi/d\lambda) \Delta\lambda \rightarrow 0]$  позволяет измерять индуцированное двупреломление на фоне естественного, используя обычную поляризационную схему. При этом истинное значение  $\gamma_m$  соответствует точкам, в которых величина  $J$  равна  $\pi [N + (1/2)]$ , что соответствует максимальным значениям  $J \sim (\lambda)$ .

#### Литература

- [1] B. Zwicker, P. Scherzer. Helv. Phys. Acta, 17, 346, 1944.
- [2] D. J. A. Gainan. J. Opt. Soc. Am., 54, 270, 1964.
- [3] Ю. В. Шалдин, Ю. В. Писаревский, Ю. С. Мельников. Ж. прикл. спектр., 3, 463, 1965.
- [4] М. Борн, Э. Вольф. Оптика. Изд. «Наука», М., 1970.

Поступило в Редакцию 15 сентября 1971 г.