[3] М. И. Шахпаронов, П. К. Хабибуллаев, К. Парпиев, В. В. Левин. Вестн. МГУ, сер. химия, 1, 18, 1973.
[4] М. И. Шахпаронов. Методы исследования теплового движения молекул и строение жидкостей. Изд. МГУ, М., 1963.

Поступило в Редакцию 18 июня 1973 г.

УДК 621.373:535

АБЕРРАЦИИ В РЕЗОНАТОРАХ С РАЗЪЮСТИРОВАННЫМИ ЗЕРКАЛАМИ

С. Ю. Славянов и *В. Г. Фарафонов*

В настоящей работе рассматриваются аберрационные эффекты, связаные с малой разъюстировкой зеркал резонаторов. Зеркала предполагаются отличающимися от плоских и сферических, например параболическими. Для плоских зеркал соответствующая задача была рассмотрена в работе [1]. Для зеркала сферической формы в силу высокой степени симметрии разъюстировка зеркал не приводит к аберрационным эффектам.

Влияние разъюстировки на собственные частоты резонатора было рассмотрено ранее в рамках геометро-оптического подхода [2]. Здесь будет вычислена первая аберрационная поправка к основному собственному колебанию. Существенно, что при определенных значениях геометрических параметров эта поправка носит резонансный характер, т. е. разъюстировка сильно деформирует собственное колебание.

Вычисления будут проведены с помощью метода, предложенного одним из авторов. Достаточно полное изложение его содержится в работе [3], поэтому практически все выкладки будут опущены.

Мы будем исходить из двумерной модели, которая предполагает, что зеркала выполнены в виде бесконечных полос. В этом случае собственные колебания резонатора на зеркалах являются решениями системы интегральных уравнений [4, 5]

$$\left.\begin{aligned} U_1(x_1) &= \gamma_1 \int_{-a}^{a} \frac{\exp[ikR(x_1,\ x_2)]}{R(x_1,\ x_2)}\, U_2(x_2)\, dx_2, \\ U_2(x_2) &= \gamma_2 \int_{-b}^{b} \frac{\exp[ikR(x_1,\ x_2)]}{R(x_1 x_2)}\, U_1(x_1)\, dx_1. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Здесь $R(x_1,\ x_2)$ — расстояние между точками на зеркалах. Минимальное значение $R(x_1,\ x_2)$ определяет оптическую ось, длину которой примем за единицу масштаба, одинакового на зеркалах и вдоль оптической оси. Принята прямоугольная система координат x, z, такая, что ось z направлена по оптической оси.

Сначала рассмотрим геометрические вопросы. Пусть зеркала заданы с точностью до степеней x более высокого порядка уравнениями

$$\left.\begin{aligned} z &= a_1 x^2 + b_1 x^4, \\ 1 - z &= a_2 x^2 + b_2 x^4, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где

$$a_1 = (1 - g_1)/2 \equiv 1/2R_1, \quad a_2 = (1 - g_2)/2 \equiv 1/2R_2,$$

R_1 и R_2 — радиусы кривизны зеркал на оптической оси. Резонатор симметричен относительно оптической оси и является юстированным.

Повернем первое зеркало на малый угол ϑ. При этом в уравнении зеркал появятся линейные по x слагаемые. Их можно убрать, перейдя линейным преобразованием к новой системе координат, связанной с оптической осью. При этом уравнения зеркал примут вид

$$\left.\begin{aligned} z &= a_1 x^2 + \beta_1 x^3 + b_1 x^4, \\ 1 - z &= a_2 x^2 + \beta_2 x^3 + b_2 x^4, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где

$$\beta_1 = 2\nu \frac{\left(\frac{1}{a_2} - 2\right)\left(a_1^2 - \frac{b_1}{a_1}\right)}{\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 2\right)}, \quad \beta_2 = -\frac{2\nu\left(a_2^2 - \frac{b_2}{a_2}\right)}{a_1\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 2\right)}.$$

Коэффициенты β_1 и β_2, вычисленные в линейном по ν приближении, характеризуют степень разъюстировки зеркал. При $b_1 = a_1^3$, $b_2 = a_2^3$, что отвечает зеркалам круговой формы, разъюстировка не наступает. К аналогичному эффекту разъюстировки можно прийти, допустив сдвиг одного из зеркал поперек оптической оси.

Величина $R(x_1, x_2)$ определяется по уравнениям зеркал и с точностью до третьих степеней x равна

$$R(x_1, x_2) = 1 + \frac{g_1 x_1^2}{2} + \frac{g_2 x_2^2}{2} - x_1 x_2 - \beta_1 x_1^3 - \beta_2 x_2^3. \tag{4}$$

Будем искать основное собственное колебание в виде

$$U_1(x) = \exp[-k f_1(x)], \quad U_2(x) = \exp[-k f_2(x)]. \tag{5}$$

Производя вычисления в соответствии с работой [3], получим для $f_1(x)$ с точностью до членов порядка x^3 следующее выражение:

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{g_1}{g_2} - g_1^2}\,\frac{x^2}{2} + \frac{\sqrt{\frac{g_1}{g_2} - g_1^2}\left[\frac{g_1}{g_2}\beta_2 + (4g_1g_2 - 3)\, g_2\beta_1\right]}{(4g_1g_2 - 1)(1 - g_1g_2)}\, x^3. \tag{6}$$

Выражение для $f_2(x)$ получается из (6) заменой индекса 1 на 2 и, наоборот.

Из формулы (6) видно, что коэффициент при x^3 имеет особенность, когда

$$g_1 g_2 = \frac{1}{4} \tag{7}$$

и

$$g_1 g_2 = 1. \tag{8}$$

Случай (8) соответствует границе устойчивости резонатора, где вообще представление (5) неудовлетворительно. Случай (7) задает класс резонаторов, сильно вырожденных по частотам и обладающих большой неустойчивостью по отношению к возмущениям, несимметричным относительно оптической оси, подобно тому как конфокальный резонатор является сильно неустойчивым по отношению к симметричным аберрациям. Для одинаковых зеркал формула (6) принимает вид

$$f_1(x) = \sqrt{1 - g^2}\,\frac{x^2}{2} + \left[\beta_1\sqrt{\frac{1+g}{1-g}\,\frac{2g-1}{2g+1}} + \frac{\sqrt{1-g^2}\,(\beta_2 - \beta_1)}{(4g^2 - 1)(1 - g^2)}\right] x^3 \tag{9}$$

и, наконец, в специальном случае $\beta_1 = \beta_2$ неустойчивость при $g = 1/2$ пропадает.

Формула (6), естественным образом аналитически продолженная, при $g_1 g_2 > 1$ годится и для оценки влияния разъюстировки колебания с наименьшими потерями неустойчивого резонатора.

Естественно, что разъюстировка сильно увеличивает дифракционные потери. Воспользовавшись формулой для потерь из работы [3] и учитывая вклад только от того края зеркала, где амплитуда колебания увеличилась, получим, что для разъюстированного резонатора с одинаковыми зеркалами потери возрастают в $\varkappa$ раз, где

$$\varkappa = \exp\left|ka^3\left[\beta_1\sqrt{\frac{1+g}{1-g}\,\frac{2g-1}{2g+1}} + \frac{\sqrt{1-g^2}\,(\beta_2 - \beta_1)}{(4g^2 - 1)(1 - g^2)}\right]\right|. \tag{10}$$

Полученные результаты могут быть использованы двояким образом. С одной стороны, при работе с устойчивыми резонаторами следует избегать значений параметров g, определяемых условием (7). С другой стороны, резонатор с такими значениями g может служить средством контроля качества поверхности зеркал и однородности заполнения пространства между зеркалами. Последнее следует из того, что разъюстировка зеркал эквивалентна нарушению равенства оптической длины симметричных лучей в резонаторе.

Литература

[1] В. В. Любимов, И. Б. Орлова. ЖТФ, *38*, 2183, 1969.
[2] В. Н. Мелёхин. ЖЭТФ, *64*, 1319, 1971.
[3] С. Ю. Славянов. ЖТФ, *64*, 785, 1973.
[4] A. G. Fox, T. Li. Bell System Techn. J., *40*, 489, 1961.
[5] В. С. Булдырев, Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., *17*, 583, 1964.

Поступило в Редакцию 21 мая 1973 г.