УДК 535.34 : 546.3.62-416

ОБ АНОМАЛИЯХ ОПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ

В. Г. Коган и *В. А. Лавровский*

Поглощение света пленками некоторых металлов в области толщин 50÷100 Å имеет четко выраженный максимум. В достаточно тонкой пленке поперечный квазиимпульс электрона k_z неопределен; поэтому от правил отбора для поглощения света с переходом электрона в другую зону $\mathbf{k}'=\mathbf{k}$, имеющих место в массивном металле, в пленке с квантованным движением электрона вдоль z остается только $k'_x=k_x$, $k'_y=k_y$. Это приводит к росту числа допустимых переходов и росту поглощения, т. е. квантовый размерный эффект может быть ответственным за наблюдаемый пик поглощения.

Поглощение света пленками некоторых металлов при уменьшении толщины L имеет четко выраженный максимум в области $L=50\div100$ Å [1,2]. В предлагаемой работе показано, что наблюдаемый пик поглощения может быть связан с квантованием движения электронов поперек пленки.

Квантовый размерный эффект (КРЭ) интенсивно изучается для полупроводниковых и полуметаллических пленок (см. обзор [3]); в металлических пленках КРЭ обнаружен Алексеевским и Веденеевым [4], наблюдавшими осцилляции поглощения света в пленках Al, Ag, Be при изменении L. КРЭ проявляется также в росте критической температуры сверхпроводящих металлических пленок [5, 6].

Поглощение света в массивном металле происходит благодаря переходам электронов из одной зоны в другую без изменения квазиимпульса (импульс фотона для видимого света $\mathbf{s} \ll \mathbf{k}$, а переходу внутри зоны с увеличением энергии на $\hbar\omega$ соответствует $\Delta\mathbf{k} \gg \mathbf{s}$, что несовместно с сохранением импульса). В достаточно тонкой пленке поперечный (вдоль z) импульс электрона неопределен (по крайней мере в состояниях, которым в массивном металле соответствуют малые k_z), поэтому правило отбора $k'_z=k_z$ для переходов электронов с поглощением фотона снимается. Это приводит к росту числа допустимых переходов и росту поглощения по сравнению с массивным металлом.

1. Состояние электрона в пленке запишем в виде произведения блоховской волны для продольного движения на некоторую функцию $\chi(z)$, задающую движение по z ($\boldsymbol{\rho}$ и $\boldsymbol{\varkappa}$ — продольные радиус-вектор и квазиимпульс)

$$\psi(\rho,\ z)=u_{\varkappa a}(\rho)\,e^{i\varkappa\rho}\chi(z).$$

Если моделировать пленку прямоугольной потенциальной ямой, то

$$\chi_n(z)=\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n}{L}z, \tag{1}$$

а энергия в приближении эффективной массы $\varepsilon_a(\varkappa, n)=\varepsilon_a(\varkappa)+\hbar^2\pi^2 n^2(2m_z L^2)^{-1}$ (a — зонный индекс), т. е. трехмерная зона Бриллюэна расслаивается на двумерные зоны, расстояния между которыми по k_z суть πL^{-1}, а по энергии

$$\Delta\varepsilon_{n,\,n-1}=\hbar^2\pi^2(2n-1)(2m_z L^2)^{-1}. \tag{2}$$

Выбранный вид $\psi(\rho, z)$ означает, в частности, что двухмерные зоны в нашей модели для различных n имеют одинаковую структуру.

В реальной пленке уровни n имеют конечную ширину. Чтобы проследить, как при уменьшении L происходит расслоение трехмерной зоны Бриллюэна, нужна информация о разнообразных механизмах рассеяния электронов, которой, как правило, мы не имеем. Поэтому примем за основу следующую достаточно грубую схему: тепловое уширение для всех уровней имеет порядок T (эрг), разнообразные же рассеивающие факторы (примеси, неоднородности поверхности, гранулированность и др. несовершенства пленки) охарактеризуем некоторым эффективным сечением с диаметром ξ.

Уровень n будем считать «отслоившимся», если, во-первых, $\Delta\varepsilon_{n,\,n-1} > > T$ и, во-вторых, соответствующая ему длина волны $2\pi k_z^{-1} = 2Ln^{-1} > \xi$ (параметр качества пленки ξ можно выбрать настолько большим, чтобы последнее условие хорошо удовлетворялось по отношению к рассеянию с максимальным сечением, которым, по-видимому, является рассеяние на границах зерен), т. е. если

$$\frac{mL^2T}{\hbar^2\pi^2} + \frac{1}{2} < n < \frac{2L}{\xi}. \tag{3}$$

Число отслоившихся уровней $f(L)$ — весьма важную характеристику металлической пленки в условиях КРЭ — нетрудно в такой модели численно рассчитать. Однако приближенность самой модели делает бессмысленным точный расчет целочисленной функции f; заменим ее поэтому разностью пределов в неравенстве (3), которая может отличаться от целого f не более, чем на единицу: $f(L) = 2L\,\xi^{-1} - mTL^2(\pi\hbar)^{-2} - 0.5$. Легко видеть теперь, что для расслоения зоны Бриллюэна необходимо, чтобы

$$\xi^2 T < 2\pi^2\hbar^2 m^{-1} \tag{4}$$

и [для сильного неравенства (4)] чтобы

$$\frac{1}{4}\xi < L < \frac{2\pi^2\hbar^2}{mT\xi}. \tag{5}$$

Например, для $\xi = 2\cdot10^{-7}$ см при $T = 300°$ K (5) дает начало отслаивания при $L_{\max} = 250$ Å, а при $T = 75°$ K — с $L_{\max} = 1000$ Å; для $\xi = 5\cdot10^{-7}$ см и тех же T получим соответственно 100 и 400 Å. Область L, где должны проявляться КРЭ, ограничена не только сверху, но и снизу; отслоение начинается, вообще говоря, не с уровня $n = 1$.

Подчеркнем, что существенной чертой рассматриваемой модели квантованной металлической пленки является положение о том, что спектр поперечного движения лишь частично дискретен.

2. Интенсивность поглощения света можно получить, подставляя в $I = 0.5\,\mathrm{Re}\int \mathbf{j}\mathbf{E}^* d\rho\, dz$ ($\mathbf{E}$ — поле) среднее значение оператора тока в пленке j, найденное с учетом взаимодействия с внешним полем. Этот расчет, произведенный в [7], дает результат, который для наших целей удобно записать в виде $I = I_a^b + I_a^a$,

$$I_a^b = \gamma E_x^2 \sum_{\varkappa;\, n,\, n'} \left| F_n^{n'} \Pi_a^b(\varkappa) \right|^2 \delta\left[\varepsilon_b(\varkappa, n') - \varepsilon_a(\varkappa, n) - \hbar\omega\right], \tag{6}$$

$$I_a^a = \gamma \sum_{\varkappa;\, n,\, n'} \left\{ E_x^2 \left| F_n^{n'} (\Pi_a^a - 2\varkappa_x) \right|^2 + E_z^2 \left| M_n^{n'} \right|^2 \right\} \delta\left[\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}(n'^2 - n^2) - \hbar\omega\right]. \tag{7}$$

Здесь $\gamma = \mathrm{const}$; $E_y = 0$; I_a^b, I_a^a — части интенсивности, связанные с межзонными и внутризонными переходами соответственно;

$$F_n^{n'} = \int_0^L e^{is_z z} \chi_{n'}^*(z)\, \chi_n(z)\, dz, \tag{8}$$

$$\Pi_a^b(\varkappa) = \int d\rho \left(u_{\varkappa a}\frac{\partial u^*_{\varkappa b}}{\partial x} - u^*_{\varkappa b}\frac{\partial u_{\varkappa a}}{\partial x}\right), \tag{9}$$

$$M_n^{n'} = \int\limits_0^L \left(\chi_n \frac{\partial\chi^*_{n'}}{\partial z} - \chi^*_{n'}\frac{\partial \chi_n}{\partial z}\right) e^{is_z z}\, dz. \tag{10}$$

Матричные элементы Π_a^b и $\Pi_a^a - 2\varkappa_x$ можно считать слабо меняющимися внутри зоны и, как обычно [8], заменить их средними по зоне значениями. $\chi_n(z)$ для отслоившихся уровней определяется (1). На высоких уровнях фактор ограниченности движения по z маловажен, неопределенность импульса $\Delta k_z \sim \pi L^{-1} \ll k_z$, поэтому можно положить для оценок, что в непрерывной части спектра

$$\chi_{k_z}(z) = L^{-1/2} \exp(ik_z z), \tag{11}$$

и заменить интегралами соответствующие части в суммах (6) и (7). Отметим, что учет рассеяния на этих уровнях в духе теории «грязных» сверхпроводников Андерсена не вносит существенных поправок в приведенные ниже оценки.

Простой расчет дает

$$F_n^{n'} = \frac{4\pi^2 i s_z L n n' \left[(-1)^{n+n'} \exp(is_z L) - 1\right]}{\left[\pi^2(n'+n)^2 - s_z^2 L^2\right]\left[\pi^2(n'-n)^2 - s_z^2 L^2\right]}, \tag{12}$$

$$F_n^{k_z} = \frac{\sqrt{2}\,\pi n \left[(-1)^n \exp(-ik_z L) - 1\right]}{k_z^2 L^2 - \pi^2 n^2}, \tag{13}$$

$$M_n^{k_z} = \frac{2\sqrt{2}\, i\pi k_z n \left[(-1)^n \exp(-ik_z L) - 1\right]}{\pi^2 n^2 - k_z^2 L^2} \quad (k_z \gg s). \tag{14}$$

Из (6) видно, что межзонные переходы $n \to n'$, $n \to k_z'$, $k_z \to n'$ сопровождаются сохранением только лишь $\varkappa$; переходам же $k_z \to k_z'$ отвечает $F_{k_z}^{k_z'} \sim \delta(k_z' - k_z)$, т. е. переходы из области непрерывного спектра в такую же отбираются, как и в массивном металле: все три компоненты импульса должны сохраняться.

3. Форма спектральной кривой поглощения массивным кристаллом определяется структурой зон, между которыми осуществляются переходы электронов; при этом основную роль играют точки, где $\nabla_{\mathbf{k}}[\varepsilon_b(\mathbf{k}) - \varepsilon_a(\mathbf{k})] = 0$ (см., например, [8]). Следует иметь в виду, что $\varepsilon(\varkappa)$ в двумерных зонах не обязательно совпадает со структурой плоских сечений трехмерной зоны Бриллюэна [9]. Уже поэтому спектры поглощения пленкой и массивным кристаллом могут различаться; вопрос о связи между этими спектрами заслуживает отдельного рассмотрения. Кроме того, КРЭ должен сказываться на форме спектра поглощения тем, что при наличии квантования допускаются не только переходы $\hbar\omega = \varepsilon_b(\varkappa) - \varepsilon_a(\varkappa)$, но и, как это видно из (6), те, для которых $\hbar\omega = \varepsilon_b(\varkappa) - \varepsilon_a(\varkappa) + \Delta\varepsilon_{n'n}$. Это означает, что квантованная пленка может поглощать и за порогом поглощения массивного металла.

4. Для перехода от суммирования к интегрированию по $\varkappa$ в (6) необходимо ввести «приведенную плотность состояний» $g_n^{n'}(\varepsilon)$, определенную на зонах a и b так, что $g_n^{n'}(\varepsilon)d\varepsilon$ дает число состояний на 1 см^2 пленки, для которых $\varepsilon = \varepsilon_b(\varkappa, n') - \varepsilon_a(\varkappa, n)$ лежит в интервале $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$. Эта функция зависит от структуры зон a и b и легко оценивается, если область $\varkappa$-плоскости, где допустимы переходы, не содержит точек $\nabla_\varkappa \varepsilon = 0$

$$g_n^{n'} \sim \frac{4\pi\varkappa\, d\varkappa}{(2\pi)^2\, d\varepsilon} \sim \frac{\overline{m}}{\pi\hbar^2}; \quad \frac{\hbar^2}{\overline{m}} = \frac{\partial^2}{\partial\varkappa^2}(\varepsilon_b - \varepsilon_a).$$

Для сравнения выражения (6) с поглощением в неквантованной пленке заметим, что последнее осуществляется переходами без изменения квазиимпульса, т. е. в сумме по $\varkappa$; n, n' ему соответствуют слагаемые $n' = n$ (и $k_z' = k_z$ для непрерывной части спектра). Действительно, $F_n^n = 1$ (с точностью $s^2L^2 \ll 4\pi^2n^2$), число различных состояний поперечного движения $\sim k_0 L\pi^{-1}$; с другой стороны, для массивного кристалла толщиной L на 1 см^2

$$g_0 \sim \frac{8\pi k^2 L dk}{(2\pi)^3 d\varepsilon} \sim \frac{\overline{m}_0 k_0 L}{\pi^2\hbar^2},$$

т. е. $\sum_n g_n^{n'} \approx g_0$. Таким образом, часть суммы (6), учитывающая вклад переходов $n \to n'$ $(n' \neq n)$, $n \to k'_z$ и $k_z \to n'$, представляет поглощение, не свойственное массивному металлу и полностью определяющееся наличием КРЭ.

Рассмотрим сначала переходы $n \to n'$; будем считать, что все $g_n^{n'}$ одинаковы и равны $\overline{m}(\pi\hbar^2)^{-1}$, тогда $I^b_{a(n\to n')} \approx \frac{\overline{m}}{\pi\hbar^2}\sum_{n,\,n'} |F_n^{n'}|^2$ (множитель $\gamma E_x^2 \Pi^2$, общий для всех I, опущен). Для $n' \neq n$ и $s_z L < 1$ $|F_n^{n'}|^2 = [8 s_z L n n' \pi^{-2} \times (n'^2 - n^2)^{-1}]^2$ и быстро убывает с ростом $|n' - n|$ ($|F|^2$ записан для n' и n различной четности; при n и n' одной четности $|F|^2$ содержит $s_z^4 L^4$, поэтому существенную роль играют только переходы с изменением четности уровня). Теперь в сумме по n' можно ограничиться только $n' = n \pm 1$, и мы получаем

$$I^b_{a(n\to n')} \approx \frac{s_z^2 L^2 \overline{m}}{\pi^3\hbar^2} f^3(L), \tag{15}$$

где $f(L)$ — введенное выше число отслоившихся уровней.

Оценим теперь долю межзонных переходов $n \to k_z$. Естественно ожидать, что в этом случае число допустимых переходов будет больше, чем для $n \to n'$, так как k_z меняется непрерывно. Переходя к интегрированию по k_z, получим

$$I^b_{a(n\to k_z)} = mL(2\pi\hbar^2)^{-1}\sum_{\varkappa;\,n} k_z^{-1}(\varkappa',\ n)\,|F_n^{k_z}|^2,$$

где

$$k_z^2(\varkappa,\ n)\,L^2 - \pi^2 n^2 = 2mL^2\hbar^{-2}[\hbar\omega - \varepsilon(\varkappa)].$$

Заменим в этой сумме $k_z^{-1}(\varkappa, n)$ меньшей величиной k_0^{-1} (k_0 — импульс Ферми) и усредним по зоне матричный элемент $|F_n^{k_z}|^2 = [\pi n m^{-1} L^{-2}\hbar^2(\hbar\omega - \varepsilon)^{-1}]^2$. Тогда сумма по $\varkappa$ даст $N_n \approx k_0^2(2\pi)^{-1}$ — число частиц на уровне n на 1 см^2, и мы получаем оценку

$$I^b_{a(n\to k_z)} \approx \frac{mk_0L}{\pi^2\hbar^2}\frac{f^3(L)}{3\pi^2}\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2(\hbar\omega - \varepsilon)}\right)^2. \tag{16}$$

Отметим, что $I^b_{a(n\to k_z)}$ убывает с ростом частоты и зависит от толщины как $f^3 L^{-3}$.

Сравнивая (15) и (16) с поглощением неквантованной пленкой $I^b_{a0} \sim \overline{m}k_0 L(\pi\hbar)^{-2}$, мы видим, что $I^b_{a(n\to n')} \ll I^b_{a0}$, а $I^b_{a(n\to k_z)} \sim I^b_{a0}$ или больше последнего, если $\hbar^2\pi^2 \sim 2mL^2(\hbar\omega - \varepsilon)$. Этой оценки достаточно, чтобы рассматривать $I^b_{a(n\to k_z)}$ как ответственное за наблюдаемый пик поглощения в пленках Ag, Al [1].

Следует отметить также, что оценка $I^b_{a(n\to n')}$ проведена в предположении, что все $g_n^{n'}$ для частоты ω в той области $\varkappa$-плоскости, где допустимы переходы, не содержат особенностей g ($\nabla\varepsilon = 0$, $\overline{m} = \infty$, $g = \infty$). Это, однако, не обязательно так. Действительно, в каждой плоской зоне значения $\varkappa$, для которых разрешен переход, лежат вдоль кривых $\varepsilon_b(\varkappa) - \varepsilon_a(\varkappa) = \hbar\omega - \Delta\varepsilon_{n'n}$. При этом в зоне с номером n, кроме кривой $n' = n$, соответствующей переходам в массивном кристалле, есть кривые допустимых переходов $n' \neq n$. Так как, вообще говоря, кривые с $n' \neq n$ не совпадают друг с другом для разных n, можно считать плоскую зону покрытой сеткой таких кривых. Ясно, что если в спектре неквантованной пленки на данной частоте нет пика поглощения, т. е. кривая $n' = n$ не проходит через особенности g, то какие-либо из кривых $n' \neq n$ могут проходить через эти особенности; другими словами, наличие КРЭ может привести к резкому росту поглощения $I^b_{a(n\to n')}$.

Еще в большей степени сказанное относится к переходам $n \to k_z$: из-за непрерывности k_z области допустимых переходов заполняют двумерные куски зоны a или всю ее целиком. Ясно, что полный анализ этого вопроса не может быть проведен в общем виде и требует конкретного знания зонной структуры; однако отмеченное обстоятельство важно при оценке возможной роли КРЭ в поглощении пленкой видимого света.

5. Внутризонное поглощение I_a^a, рассмотренное впервые Рытовой [10] для инфракрасного света и поляризации E_z, так же как и $I^b_{a\,(n \to n')}$ $(n' \neq n)$ и $I^b_{a\,(n \to k_z)}$, не свойственно массивному металлу и может возникнуть только при появлении КРЭ. I_a^a существенно отличается от межзонного тем, что если переход с поглощением $\hbar\omega$ разрешен для некоторого $\varkappa$ в n-й плоской зоне, то он возможен и для всех заселенных $\varkappa$ из этой зоны. Так как, кроме того, видимый свет должен забрасывать электрон в область непрерывного спектра, то практически для всех частиц на отслоившихся уровнях поглощение допустимо (если соответствующие верхние состояния свободны). Такая экстремально большая плотность состояний с разрешенными переходами может скомпенсировать малость матричного элемента $F_n^{k_z}$, в котором теперь $k_z(n)L^2 - \pi^2 n^2 = 2m\hbar^{-1}L^2\omega$.

Так как сумма по $\varkappa$ в (7) дает число частиц на уровне n, то для нормального падения

$$I_a^a = \sum_n N_n \int \frac{dk_z L}{2\pi} \left|F_n^{k_z}\right|^2 \delta\left[\frac{\hbar^2}{2m}\left(k_z^2 - \frac{\pi^2 n^2}{L^2}\right) - \hbar\omega\right] \approx \frac{mLk_0^2}{4\pi^2\hbar^2} \sum_n k_z^{-1}(n) \left|F_n^{k_z(n)}\right|^2.$$

Усредняя в (13) множитель с exp, получим оценку

$$I_a^a \sim \frac{k_0\hbar^2}{12m\omega^2}\frac{f^3(L)}{L^3}, \tag{17}$$

которая показывает, что внутризонное поглощение значительно слабее $I^b_{a\,(n \to k_z)}$ и может оказаться определяющим только в области, где межзонные переходы запрещены или частоты невелики. Отметим также, что внутризонное поглощение может играть основную роль при $E_z \gg E_x$ [см. (6) и (7)].

Интересно отметить в связи с возможностью внутризонного поглощения, что в экспериментах [12], где измерялась зависимость коэффициентов отражения R и прохождения T инфракрасного света через пленки Al, величина поглощения $1 - R - T$ также имеет максимум при $L = 50$ Å для $\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$ и $8 \cdot 10^4$ см.

6. Справедливость предложенной здесь трактовки аномалий поглощения света в тонких металлических пленках может быть проверена экспериментально.

а. Если рост поглощения связан с КРЭ, пик $I(L)$ должен исчезать при достаточно больших температурах, зависящих от качества пленки (ξ) и эффективной массы [см. (4)].

При уменьшении L рост поглощения должен начинаться с толщин, падающих с ростом температуры примерно как T^{-1} [см. (5)]; с понижением T пик $I(L)$ должен расти и расширяться в сторону больших толщин. На пленке заданной толщины поглощение должно расти, начиная с некоторой температуры, имеющей порядок $2\pi^2\hbar^2(m\xi L)^{-1}$.

Названные температурные эффекты не связаны с изменением структуры и не должны поэтому обладать сильным гистерезисом; необходимо поэтому отличать их от явлений, возникающих при изменении характера гранулированности с нагреванием, которые необратимы. Опытная проверка описанных эффектов должна, следовательно, проводиться на предварительно отожженных пленках.

Отметим, что в нашем подходе рост поглощения связан с КРЭ, а гранулированность при малых L разрушает КРЭ и приводит к падению $I(L)$. В существующих теориях пика $I(L)$ пленка рассматривается как трехмерный [11] или двумерный [2] коллоид, так что гранулированность выступает как основная причина аномалии $I(L)$. По данным работы [1], рост $I(L)$ на пленке Ag, начинается с 250 Å, когда пленку, следуя той же работе, вполне можно считать сплошной; падение поглощения имеет место при $L \approx 90$ Å ($\lambda = 7000$ Å), где пленка имеет развитую гранулированную структуру (в этой области L резко растет сопротивление). На пленке Au $I = I_{max}$ при $L = 150$ Å ($\lambda = 7000$ Å) толщина, разделяющая область гранулированности с областью сплошности, около 180 Å, рост же $I(L)$ начинается с $L > 350$ Å. Эти данные, по-видимому, означают, что гранулированность не может быть основной причиной роста поглощения.

б. Диапазон частот, в котором сильно поглощает квантованная пленка, должен быть шире, чем в массивном металле (см. пункт 3).

в. Изменение в распределении по энергиям в движении, нормальном поверхности пленки, вызванное внутризонным поглощением, может отразиться на эмиссионных и, в частности, автоэмиссионных характеристиках поглощающей пленки. Обнаружение зависимости автоэмиссионного тока от интенсивности поглощения света квантованной пленкой служило бы прямым подтверждением тому, что в поглощении участвуют внутризонные переходы. Подобный эксперимент следует проводить в инфракрасном диапазоне, используя поляризацию E_z (см. пункт 5).

г. Представляется интересным также сравнить интервалы толщин, в которых растет поглощение света при низких T, с интервалами L, где растет критическая температура сверхпроводящих пленок, так как рост последней приписывается именно КРЭ [6].

Авторы признательны Б. А. Тавгеру и В. З. Кресину за критические дискуссии.

Литература

[1] R. S. Sennet, N. W. Scott. J. Opt. Soc. Am., *40*, 203, 1950.
[2] Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. Физматгиз, М., 1958.
[3] Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский. Усп. физ. наук, *96*, 61, 1968.
[4] Н. Е. Алексеевский, С. И. Веденеев. Письма в ЖЭТФ, *6*, 865, 1967. Proc. 11. Intern. Conf. Low Temper. Phys., *2*, 11, Andrews, 1968.
[5] И. С. Хухарева. ЖЭТФ, *43*, 1173, 1962; M. Strongin, D. Kammerer, A. Paskin. Phys. Rev. Lett., *14*, 949, 1965; D. Douglass, R. Meserley. Phys. Rev., *135*, 19, 1964. Н. Е. Алексеевский, М. Н. Михеева. ЖЭТФ, *52*, 40, 1967; Н. Е. Алексеевский, В. И. Цебро. Письма в ЖЭТФ, *10*, 181, 1969.
[6] В. З. Кресин, Б. А. Тавгер. ЖЭТФ, *50*, 1689, 1966.
[7] В. Г. Коган, В. З. Кресин. ФТТ, *11*, 3230, 1969.
[8] Я. Тауц. Оптические свойства полупроводников. Изд. «Мир», М., 1967.
[9] Б. А. Тавгер. ЖЭТФ, *48*, 185, 1965.
[10] Н. С. Рытова. ФТТ, *8*, 1725, 1966.
[11] A. Maxwell-Garnett. Phys. Trans. Roy. Soc., *203A*, 385, 1904.
[12] W. Walkenhorst. Z. tech. Phys., *22*, 14, 1941; W. Woltersdorf. Z. Phys., *91*, 230, 1941 (см. также монографию [2]).

Поступило в Редакцию 6 октября 1971 г.