

УДК 539.12.01

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЗОНАНСОВ НА СЕЧЕНИЕ РАССЕЙЯНИЯ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА

В.Н. Капшай, К.П. Шиляева

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель

IDENTIFICATION OF THE INFLUENCE OF RESONANCES ON THE CROSS SECTION USING FREDHOLM INTEGRAL EQUATION

V.N. Kapshai, K.P. Shilyaeva

F. Scorina Gomel State University, Gomel

В работе описан основанный на решении интегрального уравнения Фредгольма метод определения положения резонансов и выполнен анализ их влияния на сечение рассеяния. Данный метод применен для нескольких модельных потенциалов. Приведены примеры различного вида резонансных поведений сечений рассеяния. Проведено сравнение значений вычисленных величин с результатами, полученными другими методами.

Ключевые слова: уравнение Фредгольма, резонансная энергия, резонансная волновая функция, комплексный поворот, S -матрица, сечение рассеяния.

Method for resonance finding, based on the Fredholm integral equation, and analysis of their influence on cross section are presented. This method is applied for several model potentials. Examples of the resonance behaviour of the cross sections of various types are presented. The results of the calculations are compared with the results obtained using other methods.

Keywords: Fredholm equation, resonance energy, resonance wave function, complex scaling, S -matrix, cross section.

Введение

Резонансные состояния систем квантовых частиц, которые привлекают в последнее время все больше внимания, определяются как решения уравнения Шредингера, удовлетворяющие граничным условиям «регулярная волновая функция» в начале координат и «расходящаяся волна» на бесконечности [1]–[5]. Эти условия выполняются только при определенных образующих дискретный спектр комплексных значениях энергий, для нахождения которых используются различные методы [5], [6]. Чаще всего эти методы основаны на решении дифференциального уравнения Шредингера [7]–[9]. В работах [10]–[12] была предложена методика определения влияния резонансов на сечение рассеяния в таком подходе, использованная для анализа сечений рассеяния различных нерелятивистских модельных систем. Для нахождения резонансного спектра также можно использовать методы, основанные на решении интегральных уравнений Вольтерра [13], [14].

Известно, что трехмерные двухчастичные уравнения квантовой теории поля [15], [16] в импульсном представлении являются интегральными уравнениями (ИУ), подобными нерелятивистским уравнениям Липпмана-Швингера. Тем не менее, сформулировать релятивистские уравнения в виде дифференциальных уравнений (ДУ) в координатном или в импульсном представлении невозможно. Так как ДУ в данном случае

не существуют, то интегральные уравнения Вольтерра получить нельзя, и все ИУ являются уравнениями Фредгольма. Поэтому представляет интерес изучение ИУ Фредгольма и их решений и в нерелятивистском приближении.

В работе [17] было показано, что для нерелятивистских систем возможно нахождение резонансов с использованием этого уравнения. В настоящей работе мы находим соответствующие резонансным состояниям значения комплексной импульсной переменной, а также проводим анализ влияния резонансов на сечение рассеяния, используя только интегральные уравнения.

1 Интегральные уравнения

Основным уравнением квантовомеханической теории рассеяния в нерелятивистском приближении является уравнение Шредингера. В случае сферически симметричных потенциалов в этом уравнении можно провести парциальный анализ, при этом парциальное уравнение для волновой функции, которой соответствует орбитальное квантовое число ℓ , можно записать в следующем виде [1], [2]:

$$\left\{ -\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + U(r) \right\} \Psi_\ell(k, r) = k^2 \Psi_\ell(k, r). \quad (1.1)$$

Данному уравнению, в зависимости от граничных условий, налагаемых на волновую функцию $\Psi_\ell(k, r)$ в начале координат и/или на бесконечности, соответствуют решения нескольких типов.

Регулярным решением называют решение, удовлетворяющее в начале координат следующему граничному условию:

$$\phi_i(k, r)|_{r \rightarrow 0} \cong \hat{j}_i(kr) = \frac{1}{(2l+1)!!} (kr)^{l+1}.$$

Решениями другого типа являются решения Йоста, определяемые граничными условиями на бесконечности:

$$\chi_i^\pm(k, r)|_{r \rightarrow \infty} \cong \hat{h}_i^\pm(kr) = \exp[\pm i(kr - l\pi/2)].$$

Состояния рассеяния описываются физическими волновыми функциями, которые определяются как решения уравнения (1.1), удовлетворяющие граничным условиям

$$\psi_i(k, r)|_{r=0} = 0; \quad \psi_i(k, r)|_{r \rightarrow \infty} \cong \hat{j}_i(kr) + kf_i(k)\hat{h}_i^+(kr),$$

где $f_i(k)$ – парциальная амплитуда.

Для каждой из представленных выше волновых функций с учетом соответствующего ей граничного условия можно получить интегральное уравнение. Так, для регулярного решения и решения Йоста ИУ представляют собой уравнения Вольтерра и, соответственно, имеют вид [1], [2]:

$$\phi_i(k, r) = \hat{j}_i(kr) + \int_0^r g_i(k; r, r')U(r')\phi_i(k, r')dr', \quad (1.2)$$

$$\chi_i^+(k, r) = \hat{h}_i^+(kr) - \int_r^\infty g_i(k; r, r')U(r')\chi_i^+(k, r')dr'. \quad (1.3)$$

Функция $g_i(k; r, r')$ называется функцией Грина и определяется как

$$g_i(k; r, r') = \frac{1}{k} \left[\hat{j}_i(kr)\hat{n}_i(kr') - \hat{n}_i(kr)\hat{j}_i(kr') \right] \equiv \frac{i}{2k} \left[\hat{h}_i^-(kr)\hat{h}_i^+(kr') - \hat{h}_i^+(kr)\hat{h}_i^-(kr') \right].$$

Для состояний рассеяния интегральное уравнение представляет собой уравнение Фредгольма и записывается следующим образом [1], [2]:

$$\psi_i(k, r) = \hat{j}_i(kr) + \int_0^\infty G_i^0(k; r, r')U(r')\psi_i(k, r')dr'. \quad (1.4)$$

Для этого уравнения функция Грина определяется выражениями

$$G_i^0(k; r, r') = \begin{cases} -\frac{1}{k} \hat{j}_i(kr')\hat{h}_i^+(kr); & r' \leq r, \\ -\frac{1}{k} \hat{j}_i(kr)\hat{h}_i^+(kr'); & r' > r, \end{cases}$$

Кроме дискретного и непрерывного спектра для некоторых потенциалов существуют состояния с комплексной энергией – резонансные состояния, волновые функции которых удовлетворяют граничным условиям

$$F_i^R(k, r)|_{r=0} = 0, \quad F_i^R(k, r)|_{r \rightarrow \infty} \cong \hat{h}_i^+(kr).$$

Комплексная энергия системы частиц в таких состояниях представима в виде:

$$E_R = \frac{k_R^2}{2m} = \frac{1}{2m} (k_R' + ik_R'')^2 = E_0 - \frac{i}{2}\Gamma,$$

где E_0 – положение резонанса на шкале энергий, а Γ – его ширина.

Импульсы k_R (энергии E_R), соответствующие резонансным состояниям, можно определить, используя интегральные уравнения (1.2) – (1.4). В работах [13], [14], [17] показано, что регулярное решение и решения Йоста будут резонансными волновыми функциями при выполнении следующих условий:

$$1 + \frac{1}{k} \int_0^\infty \hat{h}_i^\pm(kr')U(r')\phi_i(k, r')dr' = 0, \quad (1.5)$$

$$1 + \frac{1}{k} \int_0^\infty \hat{j}_i(kr')U(r')\chi_i^+(k, r')dr' = 0. \quad (1.6)$$

Резонансные импульсы можно найти также и в результате решения однородного уравнения Фредгольма [17]

$$\psi_i(k, r) = \int_0^\infty G_i^0(k; r, r')U(r')\psi_i(k, r')dr'. \quad (1.7)$$

Как отмечалось в [17], определение резонансных энергий на основе уравнения (1.7) является самым сложным и затратным по времени способом. Именно поэтому уравнение (1.7) фактически не использовалось ранее для нахождения резонансов. Однако, так как для двухчастичных релятивистских систем нельзя сформулировать дифференциальные уравнения, а значит и уравнения Вольтерра, то изучение таких систем базируется именно на решении уравнения Фредгольма. Поэтому этот более трудоемкий способ представляет интерес и в нерелятивистской теории – как исследовательский полигон для последующего развития и апробации методов решения аналогичных релятивистских уравнений.

2 Амплитуда и сечение рассеяния

Парциальную амплитуду рассеяния можно записать в виде интеграла [1]

$$f_i(k) = -\frac{1}{k^2} \int_0^\infty dr \hat{j}_i(kr)U(r)\psi_i(k, r). \quad (2.1)$$

Парциальная амплитуда связана с парциальной S -матрицей следующим образом:

$$f_i(k) = \frac{S_i(k) - 1}{2ik}.$$

Полное сечение рассеяния σ тоже можно представить в виде суммы парциальных сечений σ_i : $\sigma(k) = \sum_i \sigma_i(k)$.

Сечение рассеяния можно выразить также через S -матрицу. При этом одноканальное парциальное сечение рассеяния определяется по формуле

$$\sigma_i(k) = 4\pi(2l+1)|f_i(k)|^2 = 4\pi(2l+1) \left| \frac{S_i(k) - 1}{2ik} \right|^2. \quad (2.2)$$

Вклад i -го резонанса с импульсом k_R^i в S -матрицу определим, следуя [10], как

$$\frac{\text{Res}[S_i(k_R^i)]}{k - k_R^i}.$$

Исключая вклад i -го резонанса из парциальной S -матрицы S_i , получим редуцированную S -матрицу \tilde{S}_i

$$\tilde{S}_i(k, k_R^i) = S_i(k) - \frac{\text{Res}[S_i(k_R^i)]}{k - k_R^i} \quad (2.3)$$

и редуцированное сечение рассеяния $\tilde{\sigma}_i$

$$\tilde{\sigma}_i(k) = 4\pi(2l+1) \left| \frac{\tilde{S}_i(k, k_R^i) - 1}{2ik} \right|^2. \quad (2.4)$$

Сравнивая сечения рассеяния σ_i и $\tilde{\sigma}_i$ можно определить влияние i -го резонанса на величину σ_i .

3 Комплексный поворот

Интегралы в уравнении (1.7), так же как и в уравнениях (1.5), (1.6), расходятся в нижней полуплоскости комплексной плоскости импульсов k . Тем не менее, функции $f_i(k)$ и $S_i(k)$ могут быть аналитически продолжены в нижнюю полуплоскость, где локализованы резонансы. Для аналитического продолжения указанных функций в нижнюю полуплоскость воспользуемся процедурой, известной как комплексный поворот («complex scaling») [18], [19]. Выполняя замену $r \rightarrow r \exp(i\theta)$ (и $r' \rightarrow r' \exp(i\theta)$), представим уравнение (1.7) в форме

$$\begin{aligned} \psi_i^{(0)}(k, r) = & -\frac{1}{k} \int_0^r \hat{j}_i(\tilde{k}r') \hat{h}_i^+(\tilde{k}r') U^{(0)}(r') \psi_i^{(0)}(k, r') e^{i\theta} dr' - \\ & -\frac{1}{k} \int_r^\infty \hat{j}_i(\tilde{k}r) \hat{h}_i^+(\tilde{k}r) U^{(0)}(r') \psi_i^{(0)}(k, r') e^{i\theta} dr', \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $\psi_i^{(0)}(k, r) = \psi_i(k, re^{i\theta})$, $\tilde{k} = ke^{i\theta}$, $U^{(0)}(r) = U(re^{i\theta})e^{i\theta}$. Теперь интегралы сходятся, если k находится в некоторой части (определяемой углом поворота θ) нижней полуплоскости комплексных импульсов, и уравнение (3.1) можно использовать для нахождения резонансных состояний.

Вычет S -матрицы при резонансном значении импульса [10]:

$$\begin{aligned} \text{Res}[S_i(k_R^i)] = \\ = -i \left(\frac{1}{k_R^i} \int_0^\infty \hat{j}_i(kre^{i\theta}) U(re^{i\theta}) F_i^R(re^{i\theta}) e^{i\theta} dr \right)^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

также можно получить, используя метод комплексного поворота.

4 Численные методы

Для решения уравнения (3.1) заменим интегрирование суммированием, используя аппроксимацию

$$\int_a^b f(r) dr \cong \sum_{k=1}^N f(r_k) w_k.$$

В результате получим систему однородных уравнений

$$\mathbf{M}\Psi = 0, \quad (4.1)$$

где Ψ – вектор-столбец значений функции $\psi_i^{(0)}(k, r)$ в точках r_k , \mathbf{M} – матрица коэффициентов

$$M_{nm} = \begin{cases} \frac{1}{k} \hat{j}_i(\tilde{k}r_n) \hat{h}_i^+(\tilde{k}r_m) U^{(0)}(r_m) w_m, & m > n; \\ \frac{1}{k} \hat{j}_i(\tilde{k}r_m) \hat{h}_i^+(\tilde{k}r_n) U^{(0)}(r_m) w_m + \delta_{nm}, & m \leq n. \end{cases}$$

Координаты узлов r_k и веса w_k зависят от выбранного способа приближения, использованного при сведении интегралов к суммам. В настоящей работе использована аппроксимация прямоугольниками и аппроксимация Гаусса-Лежандра [20].

Система (4.1) имеет нетривиальное решение только при выполнении условия

$$d(k) = \text{Det}[\mathbf{M}(k)] = 0. \quad (4.2)$$

Вычисляя $d(k)$ при различных значениях импульса, можно приблизительно определить, где локализованы резонансы, и использовать эту информацию для дальнейших вычислений.

Так как функция $d(k)$ комплексна, то, выделяя ее действительную и мнимую часть, уравнение (4.2) можно свести к системе нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \text{Re}[d(k)] = 0, \\ \text{Im}[d(k)] = 0. \end{cases} \quad (4.3)$$

Данную систему можно решить, используя программу, основанную на непрерывном аналоге метода Ньютона [21].

Для определения вычета S -матрицы необходимо, кроме значения резонансного импульса, знать и резонансную волновую функцию $F_i^R(k, r)$, являющуюся решением однородного интегрального уравнения Фредгольма (3.1). Решение данного уравнения можно свести к стандартной задаче на нахождение собственных значений и собственных функций [20], методы решения которой хорошо известны. В этих целях сформулируем новую систему уравнений

$$[\mathbf{M} - \lambda \mathbf{1}]\Psi = \lambda \Psi. \quad (4.4)$$

Содержащийся в (4.4) параметр λ трактуется как собственное значение. При $\lambda = 1$ системы уравнений (4.1) и (4.4) совпадают. Чтобы вычислить резонансную функцию нужно подставить резонансное значение импульса в систему (4.4), решить ее и отобрать собственную функцию, соответствующую $\lambda = 1$. Для решения системы уравнений (4.4) нами использована программа `zggev` из библиотеки LAPACK [22].

Таким образом, для исследования влияния резонансов на сечение рассеяния воспользуемся следующим алгоритмом:

- 1) находим приближительные значения комплексного импульса, вычисляя значения $d(k)$;
- 2) определяем точное значение резонансного импульса, решая систему уравнений (4.4);
- 3) вычисляем волновую функцию, соответствующую найденному импульсу;
- 4) определяем вычет S -матрицы по формуле (3.2);
- 5) находим редуцированное сечение по формулам (2.3), (2.4) и сравниваем его с полным сечением рассеяния.

5 Результаты

На рисунках 1 и 2 представлены результаты вычисления нулей комплексной функции $d(k)$, полученной при использовании потенциала

$$U(r) = U_0 r^n e^{-r}, \quad (5.1)$$

при различных значениях параметров U_0 и n . Сплошная линия соответствует нулям действительной части $d(k)$, штриховая – нулям мнимой части. Координатами точки пересечения этих двух линий определяется положение резонанса.

Видно, что при нулевом угле поворота (рисунок 1а), благодаря свойствам потенциала, открыта только узкая полоса в нижней полуплоскости, где расположен только один первый резонанс. После поворота, например на угол $\theta = 40^\circ$, становятся доступными и другие резонансы (рисунок 1б). Полученные значения аргументов функции $d(k)$, соответствующие ее нулям, далее использовались как стартовые значения для вычисления резонансных импульсов.

В таблицах 1 – 5 приведены результаты вычислений резонансных импульсов, энергий и вычетов S -матрицы. Значения резонансных энергий, полученные посредством решения интегральных уравнений, находятся в хорошем соответствии с результатами работы [10], полученными при решении ДУ. Энергии совпадают до третьего – четвертого знака после запятой. Для вычетов соответствие не такое хорошее (значения совпадают до второго – третьего знака), но достаточное для изучения влияния резонансов на сечение рассеяния.

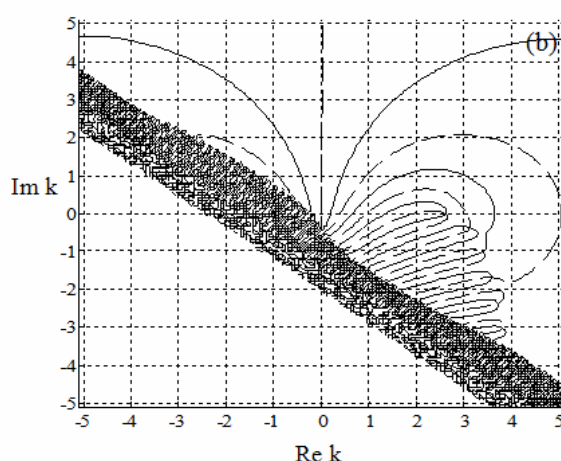
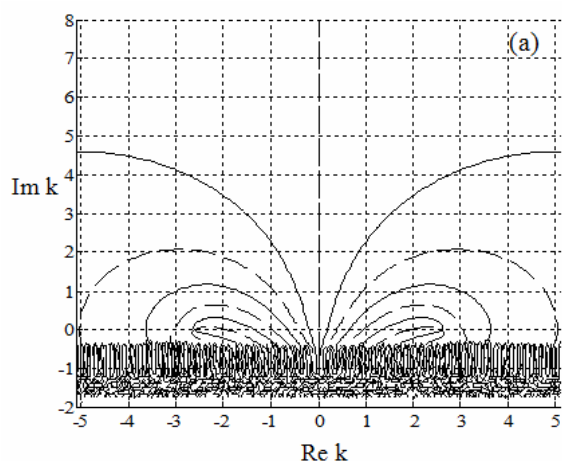


Рисунок 1 – Нули комплексной функции $d(k)$ для потенциала (5.1) с $n = 2$, $U_0 = 15$, при угле поворота $\theta = 0$ (а) и $\theta = 40^\circ$ (б)

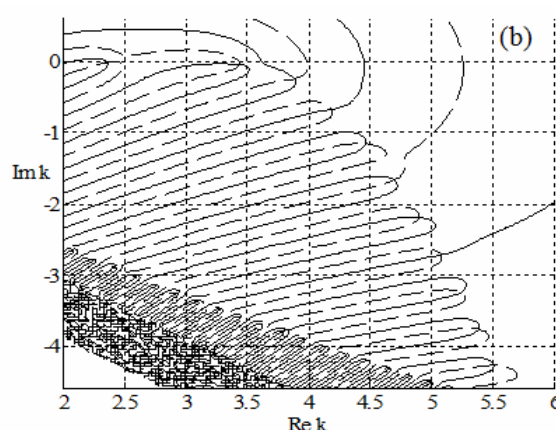
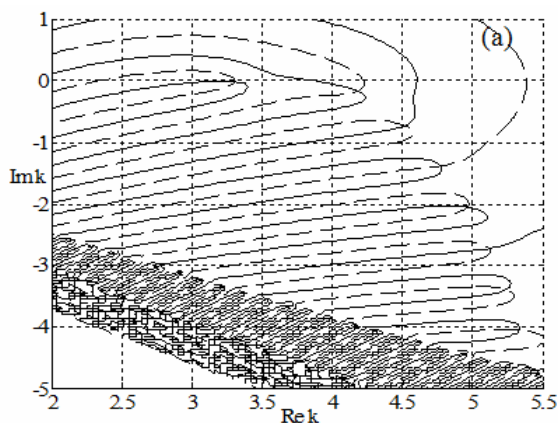


Рисунок 2 – Нули комплексной функции $d(k)$ для потенциала (5.1) с $n = 2$, $U_0 = 30$ (а) и для потенциала (5.1) с $n = 3$, $U_0 = 10$ (б) при угле поворота $\theta = 40^\circ$

Таблица 1 – Резонансные значения импульсов для потенциалов (5.1) с $n = 2$

$U_0 = 15$			$U_0 = 30$	
i	$\text{Re } k_R^i$	$\text{Im } k_R^i$	$\text{Re } k_R^i$	$\text{Im } k_R^i$
1	2.6178	-0.0049	–	–
2	3.1300	-0.3572	4.1794	-0.1282
3	3.3984	-0.9973	4.5138	-0.6780
4	3.5914	-1.6640	4.7759	-1.3200
5	3.7382	-2.3319	4.9831	-1.9843

Таблица 2 – Резонансные энергии для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 15$

Значения, полученные решением ИУ			Значения, полученные решением ДУ [10]	
i	$\text{Re } E_R^i$	$\text{Im } E_R^i$	$\text{Re } E_R^i$	$\text{Im } E_R^i$
1	3.426331	-0.012799	3.426390	-0.012774
2	4.834802	-1.118042	4.834807	-1.117877
3	5.277188	-3.389266	5.277279	-3.389053
4	5.064705	-5.976247	5.064929	-5.976035
5	4.268483	-8.717054	4.268860	-8.716908

Таблица 3 – Резонансные энергии для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 30$

Значения, полученные решением ИУ			Значения, полученные решением ДУ [10]	
i	$\text{Re } E_R^i$	$\text{Im } E_R^i$	$\text{Re } E_R^i$	$\text{Im } E_R^i$
2	8.725518	-0.535906	8.725515	-0.535391
3	9.957419	-3.060526	9.957493	-3.059822
4	10.53352	-6.304011	10.53385	-6.303170
5	10.44686	-9.887968	10.44754	-9.887087

Таблица 4 – Вычеты S -матрицы для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 15$

Вычеты, полученные решением ИУ			Вычеты, полученные решением ДУ [10]	
i	$\text{Re}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Im}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Re}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Im}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$
1	-9.5672×10^{-3}	-2.0785×10^{-3}	-9.5607×10^{-3}	-2.0766×10^{-3}
2	-0.1942	0.9604	-0.1955	0.9599
3	-1.7274	-3.0526	-1.7214	-3.0546
4	5.2916	-2.2308	5.2939	-2.2223
5	4.3640	4.8709	4.3609	4.8914

Таблица 5 – Вычеты S -матрицы для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 30$

Вычеты, полученные решением ИУ			Вычеты, полученные решением ДУ [10]	
i	$\text{Re}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Im}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Re}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$	$\text{Im}(\text{Res}[S_0(k_R^i)])$
2	0.2816	0.2061	0.2802	0.2069
3	-1.9056	-3.3315	-1.8856	-3.3304
4	12.2846	3.9852	12.2275	4.0287
5	-13.4382	20.1015	-13.4979	19.9692

На рисунках 3 – 6 приводятся сечения рассеяния σ_0 , редуцированные сечения $\tilde{\sigma}_0$, парциальные S -матрицы S_0 и вклады резонансов в S -матрицу для потенциала (5.1) с различными параметрами U_0 и n . Известно четыре основных типа поведения сечения рассеяния вблизи резонанса [1]. На представленных рисунках мы наблюдаем поведение сечений близкое к каждому из этих типов.

Для потенциала с параметрами $n = 2$ и $U_0 = 15$ вблизи первого резонанса в зависимости

$\sigma_0(E)$ имеем двойную структуру вида «яма-пик» (рисунок 3а), второму резонансу для потенциала с $n = 2$ и $U_0 = 30$ соответствует «яма» (рисунок 4а). При $n = 3$ и $U_0 = 5$ сечение рассеяния вблизи резонанса с импульсом $k_R = 2.6773 - 0.0699i$ имеет «пик» (рисунок 5а). Для потенциала с параметрами $n = 3$ и $U_0 = 10$ поведение сечения вблизи резонанса с импульсом $k_R = 3.4389 - 0.00175i$ соответствует двойной структуре «пик-яма» (рисунок 6а).

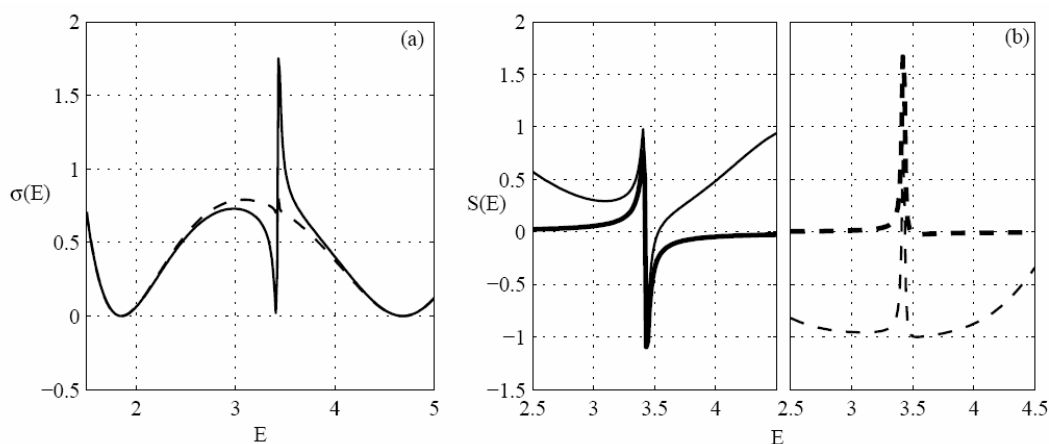


Рисунок 3 – (а) Парциальное сечение рассеяния – сплошная линия, редуцированное сечение рассеяния – штриховая линия, (б) действительная часть S -матрицы – сплошная линия, мнимая часть S -матрицы – штриховая линия, жирные сплошная и штриховая линии – действительная и мнимая часть вклада резонанса в S -матрицу, для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 15$

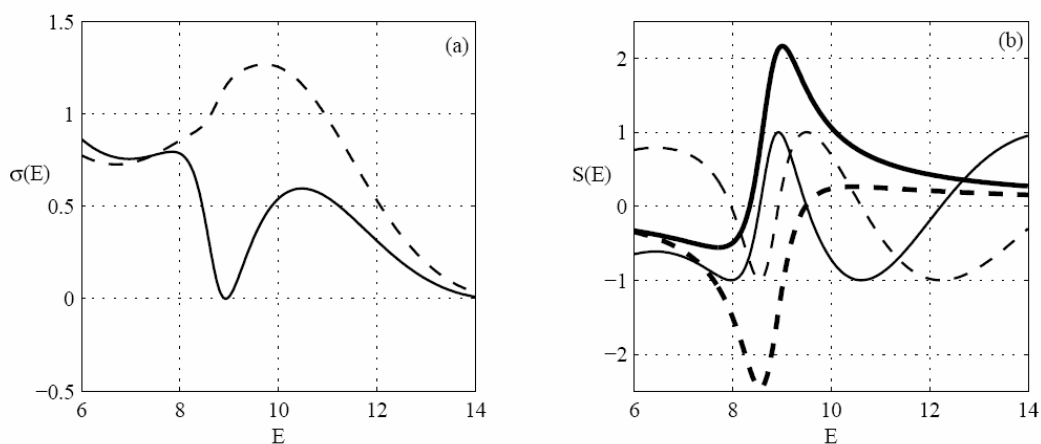


Рисунок 4 – (а) Парциальное сечение рассеяния – сплошная линия, редуцированное сечение рассеяния – штриховая линия, (б) действительная часть S -матрицы – сплошная линия, мнимая часть S -матрицы – штриховая линия, жирные сплошная и штриховая линии – действительная и мнимая часть вклада резонанса в S -матрицу, для потенциала (5.1) с $n = 2$ при $U_0 = 30$

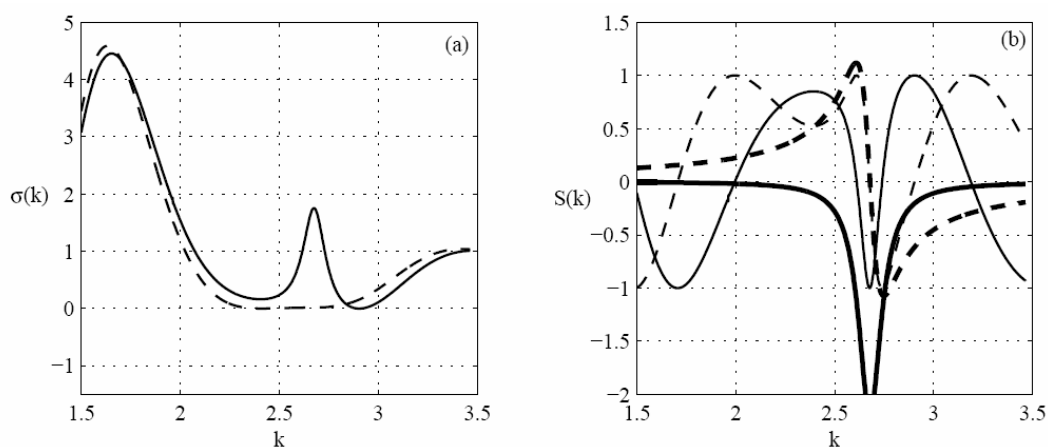


Рисунок 5 – (а) Парциальное сечение рассеяния – сплошная линия, редуцированное сечение рассеяния – штриховая линия, (б) действительная часть S -матрицы – сплошная линия, мнимая часть S -матрицы – штриховая линия, жирные сплошная и штриховая линии – действительная и мнимая часть вклада резонанса в S -матрицу для потенциала (5.1) с $n = 3$ при $U_0 = 5$

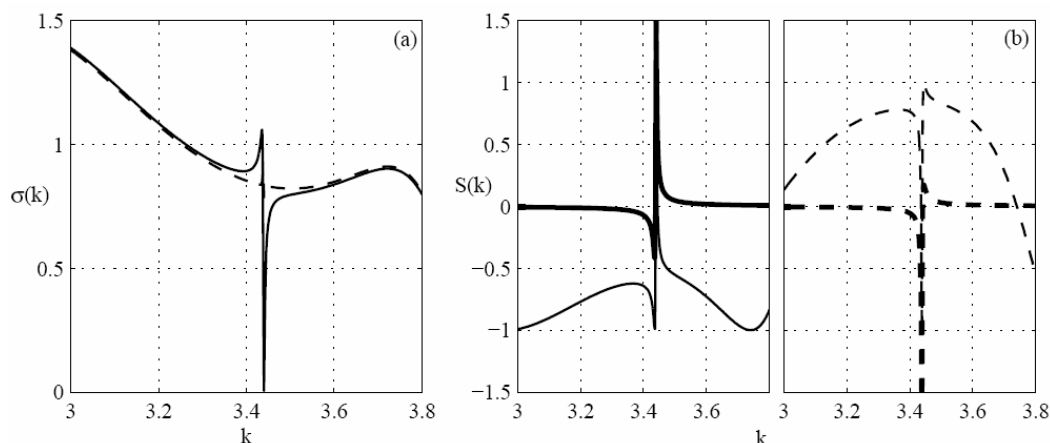


Рисунок 6 – (а) Парциальное сечение рассеяния – сплошная линия, редуцированное сечение рассеяния – штриховая линия, (б) действительная часть S -матрицы – сплошная линия, мнимая часть S -матрицы – штриховая линия, жирные сплошная и штриховая линии – действительная и мнимая часть вклада резонанса в S -матрицу для потенциала (5.1) с $n = 3$ при $U_0 = 10$

Рассмотрим теперь поведение S -матриц. Отметим, что резонансное поведение парциальной S -матрицы как функции вещественного импульса (энергии), обусловлено наличием комплексного резонансного значения k_R . Так же, как и в работе [10], для редуцированных сечений рассеяния во всех рассмотренных случаях наблюдаем исчезновение структур, соответствующих резонансам. Отметим также, что область влияния резонанса на S -матрицу, а следовательно и на сечение рассеяния, зависит от ширины резонанса Γ . Чем ближе к действительной оси расположен резонанс (т.е. чем меньше Γ), тем в меньшем диапазоне энергий (импульсов) сосредоточен его вклад в S -матрицу и сечение рассеяния (рисунки 3, 6). Влияние более удаленных от вещественной оси резонансов проявляется в большей области вблизи резонансного значения энергии (импульса) (рисунки 4, 5). Эти выводы соответствуют выводам, сделанным в работах [10]–[12].

Заключение

В работе представлен метод определения резонансов, основанный на решении интегрального уравнения Фредгольма, и проанализировано их влияние на сечение рассеяния. С применением этого метода вычислены значения резонансных импульсов и вычеты S -матрицы для некоторых потенциалов. Кроме того, определены вклады первых резонансов в сечение рассеяния. Положительные результаты, полученные для нерелятивистских систем, являются основанием для релятивистского обобщения метода, которое будет рассмотрено отдельно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor, R.J. Scattering theory / R.J. Taylor. – John Wiley & Sons : New York, London, Sydney, Toronto, 1972. – 570 p.

2. Ньютон, П. Теория рассеяния волн и частиц / П. Ньютон. – М. : Мир, 1969. – 607 с.

3. Gamow, G. Zur Quantentheorie des Atomkernes / G. Gamow // Z. Phys. – 1928. – Vol. 51. – S. 201–212.

4. Siegert, A.J.F. On the derivation of the dispersion formula for nuclear reactions / A.J.F. Siegert // Phys. Rev. – 1939. – Vol. 56. – P. 750–752.

5. Kukulín, V.I. Theory of resonances: principles and applications // V.I. Kukulín, V.N. Krasnopolsky, J. Horacek. – Prague: Academia, 1989. – 360 p.

6. Resonances. The Unifying Route Towards the Formulation of Dynamical Processes. Foundations and Applications in Nuclear, Atomic and Molecular Physics; Lecture Notes in Physics / Eds. E. Brandas, N. Elander. – Springer Verlag : New York, 1989. – Vol. 325. – 564 p.

7. Sofianos, S.A. Exact method for locating potential resonances and Regge trajectories / S.A. Sofianos, S.A. Rakityansky // Journal of Physics A. – 1997. – Vol. 30. – P. 3725–3737.

8. Rakityansky, S.A. Jost function for coupled partial waves / S.A. Rakityansky, S.A. Sofianos // Journal of Physics A. – 1998. – Vol. 31. – P. 5149–5175.

9. Tolstikhin, O.I. Siegert pseudostate formulation of scattering theory: One-channel case / O.I. Tolstikhin, V.N. Ostrovsky, H. Nakamura // Phys. Rev. A. – 1998. – Vol. 58. – P. 2077–2096.

10. Shilyaeva, K. Role of Resonances in Building Cross Sections: Comparison Between the Mittag-Leffler and the T-matrix Green Function Expansion Approaches / K. Shilyaeva, N. Elander, E. Yarevsky // Int J Quantum Chem. – 2007. – Vol. 107. – P. 1301 – 1305.

11. Shilyaeva, K. The role of resonances in building cross sections: The Mittag-Leffler expansion in a two-channel scattering / K. Shilyaeva,

- N. Elander, E. Yarevsky // *Int J Quantum Chem.* – 2009. – Vol. 109. – P. 414–424.
12. *Shilyaeva, K.* Identifying resonance structures in a scattering cross section using the $N^{3+} + H \rightarrow NH^{3+} \rightarrow N^{2+} + H^+$ reaction as an example / K. Shilyaeva, E. Yarevsky, N. Elander // *Journal of Physics B.* – 2009 – Vol. 42 – P. 044011.
13. *Kapshai, V.* Integral equations and complex resonance energies for analytical potentials / V. Kapshai, T. Alferova, N. Elander // *Int J Quantum Chem.* – 2007. – Vol. 107. – P. 1029–1039.
14. *Kapshai, V.* Integral equations for the Jost solutions and decaying resonance states / V. Kapshai, K. Shilyaeva, N. Elander // *Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины* – 2006. – № 6 (39). – С. 3–8.
15. *Logunov, A.A.* Quasi-optical approach in quantum field theory / A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // *Nuovo Cimento.* – 1963. – Vol. 29. – P. 380–399.
16. *Кадышевский, В.Г.* Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков // *ЭЧАЯ.* – 1972. – Т. 2. – С. 635–690.
17. *Kapshai, V.* Integral equations for different wave functions and their use for resonance finding / V. Kapshai, K. Shilyaeva, N. Elander // *Journal of Physics B.* – 2009. – Vol. 42 – P. 044001.
18. *Nuttal, J.* Method of Complex Coordinates for Three-Body Calculations above the Breakup Threshold / J. Nuttal, H.L. Cohen // *Phys Rev.* – 1969. – Vol. 188. – P. 1542–1544.
19. *Balslev, E.* Spectral properties of many body Schrödinger operators with dilation-analytic interactions / E. Balslev, J.M. Combes // *Commun. Math. Phys.* – 1971. – Vol. 22. – P. 280–294.
20. *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing* / W.H. Press [et al.] – 2nd ed. – Cambridge University Press, 2001. – 920 p.
21. *Abrashkevich, A.* CANM, a program for numerical solution of a system of nonlinear equations using the continuous analog of Newton's method / A. Abrashkevich, I.V. Puzynin // *Comput. Phys. Commun.* – 2004. – Vol. 156. – P. 154–170.
22. *LAPACK Users Guide* / E. Anderson [et al.] – 3d ed. – SIAM: Philadelphia, PA, 1999. – 407 p.

Поступила в редакцию 22.11.10.