УДК 535.375 : 548.0

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА—БРИЛЛЮЭНА В ПАРАМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛАХ В УСЛОВИЯХ АКУСТИЧЕСКОГО ПАРАМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА (РАССЕЯНИЕ В ОБРАТНОМ НАПРАВЛЕНИИ)

Р. Г. Дёминов

Исследовано вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна (ВРМБ) в парамагнитных кристаллах в условиях акустического парамагнитного резонанса (АПР) в режиме рассеяния под углом 180°. Показано, что порог ВРМБ уменьшается при инверсной населенности энергетических уровней. Выяснено, что если интенсивность лазерного луча ниже порога ВРМБ в отсутствие спин-фононного взаимодействия, но выше чем порог ВРМБ с учетом спин-фононного взаимодействия при инверсной населенности энергетических уровней, то процесс ВРМБ носит импульсный характер. Отмечено, что ВРМБ в режиме рассеяния под углом 180° можно использовать для исследования АПР.

В работах [1, 2], посвященных вынужденному рассеянию Мандельштама—Бриллюэна (ВРМБ) в режиме рассеяния под углом 180° в пьезополупроводниках, было показано, что в условиях звуковой неустойчивости ($v_e > v_0$, где v_e — дрейфовая скорость электронов и v_0 — скорость звука) происходит значительное понижение порога ВРМБ. В [3] исследовано стационарное ВРМБ в парамагнитных кристаллах в условиях акустического парамагнитного резонанса (АПР) в оптическом резонаторе, причем кристалл представлял собой акустический резонатор, и показано, что при инверсной населенности энергетических уровней происходит понижение порога ВРМБ. Предложен метод исследования АПР на основе ВРМБ.

Здесь рассмотрим ВРМБ в парамагнитных кристаллах в условиях АПР в режиме рассеяния под углом 180°.

1. Исходные условия:

а) используется приближение заданной интенсивности лазерного луча (полагаем, что лазерный луч распространяется в положительном направлении оси z, за ось z выбирается ось симметрии одноосного кристалла, ось C) с поляризацией в x направлении;

б) считается, что упругое смещение и электрические поля можно представить в виде произведения амплитудных функций и экспоненциалов;

в) рассматриваются магниторазбавленные кристаллы, так что спин-спиновыми взаимодействиями можно пренебречь;

г) для населенностей и элементов матрицы плотности рассматриваются стационарные решения.

2. Вывод уравнений, описывающих ВРМБ, начинаем с уравнения движения упругой среды

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \nabla \mathbf{T}, \tag{1}$$

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} + \gamma_{ijkl} E_k E_l + R_{ij} \tag{1a}$$

и уравнения Максвелла

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}, \tag{2}$$

$$D_i = (\varepsilon_{ij} - \gamma_{ijkl} S_{kl}) E_j, \tag{2a}$$

где T_{ij}, c_{ijkl} — соответственно компоненты тензора напряжений и упругости; R_{ij} — компоненты магнитоупругого тензора; $\varepsilon_{ij}, \gamma_{ijkl}$ — соответственно диэлектрические и электрострикционные постоянные; $S_{kl} = \partial\Phi_k/\partial X_l$ — тензор деформаций, Φ_k — компонента вектора упругого смещения; компонента электрического поля E_k и электрического смещения D_i; ρ_0 — плотность кристалла и μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Согласно пункту б) исходных условий, упругое смещение можно представить в виде

$$\Phi = \varphi(z,\ t) \exp[i(Kz - \omega t)] + \text{к. с.}, \tag{3}$$

а электрическое поле

$$E = E_0 \exp[i(k_1 z - \omega_1 t)] + d(z,\ t) \exp[-i(k_2 z + \omega_2 t)] + \text{к. с.}, \tag{4}$$

где K — волновое число, ω — частота гиперзвука; E_0 — постоянная амплитуда падающего лазерного луча и $d(z,\ t)$ — амплитуда рассеянного назад света; к. с. означает комплексно сопряженную величину.

Подставляя выражения (1а), (2а), (3), (4) в уравнения (1) и (2) и беря выражение для $R = R_{zz}$ из [3], получаем в приближении медленно меняющихся амплитуд

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + v_0(1 + 2^{-1}\beta)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{1}{2} v_0 \alpha\varphi = -\left(\frac{\gamma_1 \omega E_0}{2KC_{33}}\right) d^*,$$

$$\frac{\partial d^*}{\partial t} - c\frac{\partial d^*}{\partial z} + \frac{1}{2} c\alpha_l d^* = -\left(\frac{\gamma_2 \omega_2 K E_0}{\varepsilon_\parallel}\right)\varphi,$$

или, вводя, как и в [1], следующие безразмерные параметры: $F(z,\ t) = K\varphi$, $\mathcal{E}(z,\ t) = \frac{\gamma_1 E_0}{C_{33}} d^*(z,\ t)$, получаем систему уравнений, описывающих ВРМБ в парамагнитных кристаллах в условиях АПР в режиме рассеяния под углом 180°, в виде

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial t} + v_0(1 + 2^{-1}\beta)\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{1}{2} v_0 \alpha F = -\left(\frac{\omega}{2}\right)\mathcal{E}, \\ &\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - c\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{1}{2} c\alpha_l \mathcal{E} = -\left(\frac{\gamma_1\gamma_2 E_0^2 \omega_2}{\varepsilon_\parallel C_{33}}\right) F, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

где c — скорость света в кристалле, v_0 — скорость звука в кристалле без учета спин-фононного взаимодействия, $\gamma_1 = \gamma_{3311}$, $\gamma_2 = \gamma_{1133}$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$, $c_{33} = c_{3333}$; α_l — феноменологический коэффициент затухания света, $\alpha = \alpha_s + \alpha_\omega + iK\beta$, где α_s — феноменологический коэффициент затухания звука,

$$\alpha_\omega = \frac{\pi\hbar\varkappa^2 \omega n_0 g(\Delta\omega)}{\rho_0 v_0^3 [1 + 4\varkappa^2 T_1 T_2 |F|^2]^{1/2}}$$

коэффициент затухания звука, обусловленный спин-фононным взаимодействием,

$$\beta = -\frac{\pi\hbar\varkappa^2 n_0 T_2 \Delta\omega g(\Delta\omega)}{\rho_0 v_0^2 [1 + 4\varkappa^2 T_1 T_2 |F|^2]^{1/2}}$$

изменение в скорости звука, обусловленное спин-фононным взаимодействием. В выражениях для α_ω и β: $\hbar\varkappa = \left\langle \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \middle| H_c \middle| \begin{matrix} b \\ a \end{matrix} \right\rangle$, H_c — гамильтониан спин-фононного взаимодействия, a и b — интересующие нас энергетические уровни; n_0 — начальная разность населенностей нижнего и верхнего уровней; T_1, T_2 —

времена спин-решеточной и спин-спиновой релаксации соответственно; $\Delta\omega = \omega_{ba} - \omega = \omega_0 - \omega$; $g(\Delta\omega)$ — функция формы линии АПР.

В приближении малого сигнала

$$\alpha_\omega \approx \frac{\pi\hbar\varkappa^2\omega n_0}{\rho_0 v_0^3} g(\Delta\omega); \quad \beta \approx -\frac{\pi\hbar\varkappa^2 n_0 T_2 \Delta\omega}{\rho_0 v_0^2} g(\Delta\omega)$$

и уравнения системы (5) будут подобны уравнениям (29) и (30) работы [1]. Используя решение системы уравнений (29) и (30), полученное в [1], можем сразу записать

$$F = A \exp\left[-\frac{\alpha v_0 + \alpha_l c}{4} t\right]\left\{\cosh\left(\frac{\sigma'}{2} t\right) - \frac{q}{\sigma} \sinh\left(\frac{\sigma'}{2} t\right)\right\}, \tag{6}$$

$$\mathscr{E} = -\left(\frac{2AcD}{\sigma'}\right) \exp\left[-\frac{\alpha v_0 + \alpha_l c}{4} t\right] \sinh\left(\frac{\sigma'}{2} t\right) \tag{7}$$

с начальными условиями $F(0, z) = A$ и $\mathscr{E}(0, L) = 0$. Здесь $D = \gamma_1\gamma_2 E_0^2 k_2/\varepsilon_{\parallel} C_{33}$, $q = (\alpha v_0 - \alpha_l c)/2(v + c)$, $\sigma = [q^2 + 2\omega c D/(v + c)^2]^{1/2}$, $\sigma' = \sigma(v + c)$, $v = v_0(1 + 2^{-1}\beta)$ — скорость звука с учетом спин-фононного взаимодействия и L — длина кристалла.

3. Вследствие того что в величине σ' присутствуют комплексные коэффициенты поглощения, для получения верного порогового условия необходимо численно решить уравнения (6) и (7), определяя пороговое условие для интенсивности лазерного луча из соотношения [1]

$$\lg\left\{\frac{\left|F\left(\frac{L}{v}\right)\right|}{A}\right\} = 0. \tag{8}$$

Не проводя численных расчетов, можно указать следующие качественные особенности ВРМБ в парамагнитных кристаллах в условиях АПР в режиме рассеяния под углом 180°:

а) порог ВРМБ будет понижаться (по сравнению с порогом ВРМБ в отсутствие спин-фононного взаимодействия) при инверсной населенности энергетических уровней (инверсная населенность создается накачкой). Учет изменения скорости звука, обусловленного спин-фононным взаимодействием, наряду с α_ω приводит либо к дальнейшему уменьшению порога, если $\beta < 0$ ($\omega > \omega_0$), либо к его увеличению, если $\beta > 0$ ($\omega < \omega_0$), по сравнению с порогом ВРМБ без учета изменения скорости звука;

б) если выполнено пороговое условие (8), то $|F|^2$ со временем будет расти, и в определенный момент времени станет верным приближение большого сигнала. В этом приближении $\alpha \approx \alpha_s$ и пороговое условие имеет обычный вид (в терминах потока Пойтинга S_0)

$$S_0 = \frac{E_0^2}{c\mu_0} \geqslant C_{33} c \frac{\varepsilon_{11}^2}{\gamma_1\gamma_2} \frac{\alpha_s \alpha_l}{K k_2} = (S_0)_{\text{пор. 1}} \text{ вт/м}^2;$$

в) если выполнено условие $(S_0)_{\text{пор. 2}} < S_0 < (S_0)_{\text{пор. 1}}$, где $(S_0)_{\text{пор. 2}}$ — порог ВРМБ в условиях инверсной населенности энергетических уровней, то процесс ВРМБ носит импульсный характер.

ВРМБ в режиме рассеяния под углом 180° можно, как и стационарное ВРМБ в резонаторе [3], использовать для исследования АПР.

В заключение приведем оценки величины α_{ω_0} для рубина и $(S_0)_{\text{пор. 1}}$ с типичными для твердых тел величинами. Так как влияние АПР на ВРМБ ощутимо лишь при низких температурах (жидкий гелий), то все оценки проводятся при температуре жидкого гелия (4.2°K). В приближении малого сигнала $\alpha_{\omega_0} \sim -0.5 \cdot 10^{-19} N$ см$^{-1}$ (использовано приближение мощной накачки), где N — концентрация в см$^{-3}$. Видно, что для магниторазбавленных кристаллов $|\alpha_{\omega_0}| \sim \alpha_s$, которое для температуры жидкого гелия ≈ 0.1 см$^{-1}$. Оценка $(S_0)_{\text{пор. 1}}$ дает $(S_0)_{\text{пор. 1}} \sim 1.9 \cdot 10^7$ вт/м^2. Сфокусированный луч гелий-неонового лазера (мощность ≈ 80 мвт, диаметр луча ≈ 0.01 см) обеспечивает интенсивность $S_0 \approx 10^7$ вт/м$^2 \sim (S_0)_{\text{пор. 1}}$.

Автор благодарен Б. И. Кочелаеву за постановку задачи, ценные советы и замечания.

Литература

[1] R. L. Gordon. J. Appl. Phys., *39*, 306, 1968.
[2] D. G. Carlson. I. E. E. E. J. Quantum Electronics, *QE-5*, 300, 1969.
[3] Р. Г. Деминов, Б. И. Кочелаев. ЖЭТФ, 1973.

Поступило в Редакцию 1 октября 1973 г.