

## ВЛИЯНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОПТИЧЕСКУЮ ИНДИКАТРИСУ ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА

А. А. Вигасин, Ю. А. Горохов, Д. П. Криндач  
и А. П. Сухоруков

Рассматривается изменение коэффициентов преломления  $\Delta n_{\sigma}^{o,e}$ , обусловленное неоднородными термоупругими напряжениями в кристаллах класса  $3m$ . Напряжения возникают в результате поглощения кристаллом малой части мощности проходящего непрерывного излучения. Приводится расчет возникающих изменений коэффициентов преломления в кристалле  $\text{LiNbO}_3$ .

1. Прохождение мощного непрерывного лазерного излучения через твердые среды сопровождается их неоднородным нагревом и появлением термоупругих напряжений. При большой доле поглощенной мощности величины напряжений могут достигать огромных значений, вызывая разрушение тел. В оптически прозрачных средах напряжения чаще имеют упругий характер, изменяя оптические характеристики сред — коэффициент преломления, анизотропию и т. д.

В работах [1, 2] рассматривалось вызванное термоупругими напряжениями изменение показателей преломления кубического кристалла YAG — лазерного стержня, облучаемого лампой накачки. Термоупругие напряжения возникают и при прохождении лазерного излучения через элементы оптических систем, например нелинейные кристаллы. Используя методику, аналогичную развитой в [1, 2], можно рассчитать воздействие термоупругих напряжений на оптическую индикатрису кристалла. При этом среднее приращение показателей преломления кристалла приводит к дополнительному, помимо теплового, механизму самовоздействия проходящего излучения или к изменению условий синхронизма при нелинейных преобразованиях. Наведенное в кристалле искусственное двулучепреломление может привести и к некоторым поляризационным эффектам.

В настоящей работе оценивается величина изменения коэффициентов преломления  $\Delta n_{\sigma}^{o,e}$  кристаллов класса  $3m$  при неполном заполнении их светом, вызванного термоупругими напряжениями. К классу  $3m$  относятся распространенные в нелинейной оптике пьезоэлектрические кристаллы  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiTaO}_3$ . Наведенный линейный электрооптический эффект учитывается постоянными, измеряемыми экспериментально. Наведенный квадратичный эффект в этих кристаллах мал по крайней мере для температур ниже точки Кюри.

2. Связь между изменением коэффициентов оптической индикатрисы кристалла  $\Delta B$  и тензором упругих деформаций  $E$  определяется матричной зависимостью

$$\Delta B = PE, \quad (1)$$

где  $P$  — матрица упругооптических коэффициентов. Для решения поставленной задачи необходимо определить поле температурных напряжений в среде.

Пусть световой пучок с гауссовским распределением амплитуды по радиусу проходит сквозь слабопоглощающий кристалл перпендикулярно его оптической оси. Кристалл имеет форму цилиндра радиуса  $R$ , а его длина  $l \gg R$ . Предположим, что боковая поверхность кристалла поддерживается при постоянной температуре  $T(R)$ . В стационарном случае должно установиться следующее распределение температуры:

$$T(r) = T(R) - \frac{\delta P_0}{2\pi\kappa} \int_r^R \frac{e^{-2r^2/a^2} - 1}{r} dr, \quad (2)$$

$\delta$  — коэффициент поглощения,  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности,  $P_0$  — мощность падающего излучения.

Для нахождения распределения напряжений воспользуемся формулами теории плоского деформированного состояния [3]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \left\{ \frac{1}{R^2} \int_0^R T(r) r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r) r dr \right\}, \\ \sigma_\varphi &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \left\{ \frac{1}{R^2} \int_0^R T(r) r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r) r dr - T(r) \right\}, \\ \sigma_z &= \sigma_r + \sigma_\varphi; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$\alpha$  — коэффициент линейного расширения,  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона. С помощью известных соотношений между напряжениями и деформациями [3] можно определить диагональные компоненты тензора упругих деформаций по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \sigma_i - \frac{\nu}{E} (\sigma_i + \sigma_j + \sigma_k), \quad (4)$$

где  $i, j, k$  — орты цилиндрической системы координат.

Вернемся к выражению (1). Вид матрицы  $P$  для кристаллов класса  $3m$  приведен в [4]. Выполнив операции поворота систем координат и перемножения матриц  $P$  и  $E$ , представим  $\Delta B$  в виде столбца

$$\begin{pmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \\ \Delta B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11}\varepsilon_1 + p_{12}\varepsilon_3 + p_{13}\varepsilon_2 \\ p_{31}\varepsilon_1 + p_{31}\varepsilon_3 + p_{33}\varepsilon_2 \\ p_{12}\varepsilon_1 + p_{11}\varepsilon_3 + p_{13}\varepsilon_2 \\ p_{41}(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \\ -p_{14}\varepsilon_6 \\ p_{44}\varepsilon_6 \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_r \cos^2 \varphi + \varepsilon_\varphi \sin^2 \varphi, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_r \sin^2 \varphi + \varepsilon_\varphi \cos^2 \varphi, \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_z, \quad \varepsilon_6 = (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) \sin 2\varphi. \end{aligned}$$

В соответствии с условиями прохождения излучения сквозь кристалл уравнение сечения измененного эллипсоида волновых нормалей плоскостью  $(xy)$  будет иметь вид

$$(B^0 + \Delta B_1) x^2 + (B^0 + \Delta B_2) y^2 + 2B_6 xy = 1. \quad (5)$$

Поскольку наведенное двулучепреломление, как правило, значительно меньше естественного, угол поворота осей эллипса (5) относительно координатных осей  $(xy)$

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{\arctg 2B_6}{B^0 - B^e + \Delta B_1 - \Delta B_2}$$

мал. Поэтому можно считать, что направления осей эллипса останутся неизменными, а изменяются лишь величины показателей преломления

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_e^e &= -\frac{1}{2} n_0^3 \Delta B_1 = -\frac{1}{2} n_0^3 (p_{11}\epsilon_1 + p_{12}\epsilon_3 + p_{13}\epsilon_2), \\ \Delta n_e^e &= -\frac{1}{2} n_e^3 \Delta B_2 = -\frac{1}{2} n_e^3 (p_{31}\epsilon_1 + p_{31}\epsilon_3 + p_{33}\epsilon_2). \end{aligned} \right\} (6)$$

Подставляя в (6) деформации (4) и усредняя по углу  $\varphi$ , получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_e^e &= \frac{n_0^3}{4E} \{ (p_{11} + p_{13})(1 - 3\nu) + 2p_{12}(1 - \nu) \} \sigma_z, \\ \Delta n_e^e &= -\frac{n_e^3}{4E} \{ (p_{31} + p_{33})(1 - 3\nu) + 2p_{31}(1 - \nu) \} \sigma_z. \end{aligned} \right\} (7)$$

Выражение (7) описывает изменения показателей преломления в кристалле класса  $3m$ , вызванные неоднородными термоупругими напряжениями  $\sigma$ . Величина  $\sigma_z$  может быть рассчитана из (3) и (2) методом численного интегрирования.

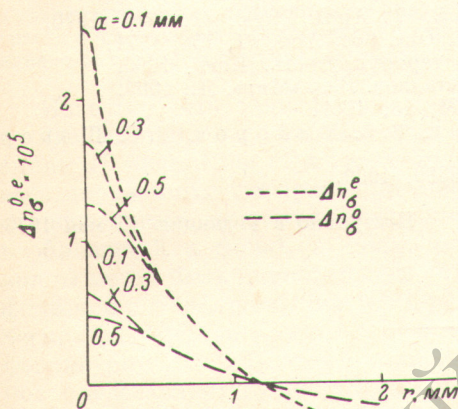


Рис. 1. Изменение коэффициентов преломления кристалла  $\text{LiNbO}_3$   $\Delta n_e^e$ , вызванное термоупругими напряжениями, возникающими при прохождении сквозь кристалл узкого светового пучка.

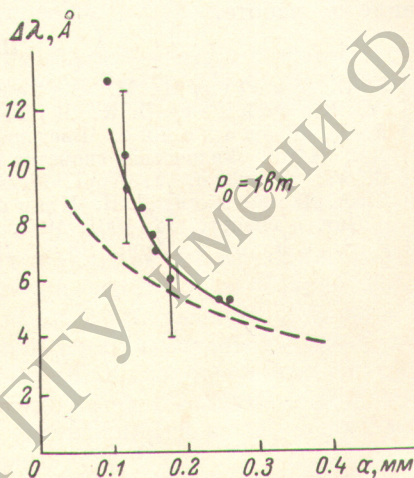


Рис. 2. Зависимость спектрального смещения одномерного параметрического рассеяния в  $\text{LiNbO}_3$  от радиуса пучка основного излучения (сплошная кривая — эксперимент [6], штриховая кривая — расчет).

3. Произведем расчет изменения показателей преломления, вызванного термоупругими напряжениями, в оптически прозрачном ( $\delta \sim 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ ) кристалле  $\text{LiNbO}_3$  (рис. 1). Мощность проходящего излучения принималась равной 1 вт, радиус светового пучка менялся от 0.1 до 0.5 мм, величины упругооптических коэффициентов  $p_{ik}$  взяты из [5], где они приведены для  $\lambda = 0.63 \text{ мкм}$ .

При названных условиях изменение коэффициентов преломления  $\Delta n_e^e$  происходит в пятом—шестом знаке. Для сравнения можно указать, что чисто температурное изменение показателей преломления  $\Delta n_r^e$  кристалла  $\text{LiNbO}_3$  в том же случае должно происходить в четвертом—пятом знаке. Характер зависимости  $\Delta n(r)$  в обоих случаях сходный, но в отличие от  $\Delta n_T$  величина  $\Delta n_e$  меняет знак в периферийной области.

Оценим воздействие термоупругих напряжений на сдвиг частоты одномерного параметрического рассеяния в  $\text{LiNbO}_3$ , экспериментально исследовавшийся в [6]. Температура кристалла не превышала  $250^\circ \text{C}$ , что, с одной стороны, позволяло использовать (7), а с другой, достаточно для

устранения эффекта «оптического искажения» [7]. Формула для расчета смещения «сигнальной» длины волны  $\lambda_1$  имеет вид

$$\Delta\lambda_1 = \lambda_0 \frac{n^o(\lambda_1) - n^o(\lambda_2)}{[n^e(\lambda_0) - n^o(\lambda_2)]^2} [\Delta n^o(\lambda_2) - \Delta n^e(\lambda_2)], \quad (8)$$

$\lambda_0$  — длина волны основного излучения,  $\lambda_2$  — «холостая» волна, а  $\Delta n^{o,e} = \Delta n_{T,e}^{o,e} + \Delta n_{\sigma,e}^{o,e}$  определяется суммарным эффектом изменения температуры кристалла и появления в нем термоупругих напряжений.

Пренебрегая зависимостью упругооптических коэффициентов от длины волны, можно вычислить зависимость величины смещения от радиуса пучка основного излучения  $a$  (рис. 2, штриховая кривая). Сплошной кривой на рис. 2 показана экспериментально полученная зависимость, заимствованная из работы [6]. Учет величин  $\Delta n_{T,e}^{o,e}$ , обусловленных гауссовским профилем пучка совместно с влиянием термоупругих напряжений  $\Delta n_{\sigma,e}^{o,e}$ , позволил получить удовлетворительное согласие теории и эксперимента при больших значениях  $a$ . В работе [6] учитывались только изменения  $\Delta n_{T,e}^{o,e}$ , что позволяло получить лишь качественное согласие в этой области.

В заключение авторы выражают благодарность Р. В. Хохлову за внимание к работе.

#### Литература

- [1] J. D. Foster, L. M. Osterink. J. Appl. Phys., 41, 3656, 1970.
- [2] W. Koeschner, D. K. Rice. J. Opt. Soc. Am., 61, 758, 1971.
- [3] А. Д. Коваленко. Введение в термоупругость. Киев, 1965.
- [4] Дж. Най. Физические свойства кристаллов. Изд. «Мир», М., 1967.
- [5] R. W. Dixon. J. Appl. Phys., 38, 13, 1967.
- [6] Ю. А. Горохов, Д. П. Криндач, В. С. Майоров, В. С. Шевера. Опт. и спектр., 36, 1001, 1974.
- [7] F. S. Chen. J. Appl. Phys., 10, 3389, 1969.

Поступило в Редакцию 17 мая 1973 г.