

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННОЙ СРЕДЕ С РЕГУЛЯРНОЙ МАГНИТНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

*Н. М. Саланский и Ю. М. Федоров*

Рассмотрены магнитооптические свойства ферромагнетиков с регулярной магнитной неоднородностью, описываемой гармонической функцией.

В последнее время интерес к магнитооптическим явлениям значительно возрос. Это связано с возможностью получения информации об энергетических спектрах твердого тела, а также с тем, что эффекты Фарадея или Керра могут быть использованы для считывания информации, нанесенной на магнитные диски или пластины [1]. Из решения уравнений Максвелла в магнитной среде следуют магнитооптические эффекты Фарадея или Коттона—Муттона в зависимости от взаимного расположения магнитного момента и направления распространения света [2]. Однако если магнитный момент претерпевает периодические изменения, следует ожидать ряд особенностей в оптических свойствах такого вещества. Примером неоднородной магнитной структуры могут являться тонкие магнитные пленки со страйпструктурой [3] или искусственно созданные многослойные магнитные системы с заданной функцией распределения намагниченности. В настоящей работе рассмотрены магнитооптические свойства ферромагнетиков с регулярной магнитной неоднородностью, описываемой гармонической функцией.

Рассмотрим прозрачный ферромагнетик кубической симметрии и предположим, что магнитный момент вращается в плоскости  $(x, y)$  с периодичностью вдоль оси  $z$ .

Тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}$  такой среды найдем, используя метод, развитый в теории оптических свойств холестерических кристаллов [4,5]. Положим при  $z=0$  магнитный момент совпадает по направлению с осью  $x$ , тогда  $\epsilon_{ij}$  в этой плоскости имеет следующий вид:

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & -i\epsilon \\ 0 & i\epsilon & \epsilon_{\perp} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Зависимость  $\epsilon_{ij}$  от координаты  $z$  выразим следующим образом:

$$\epsilon_{ij}(z) = A_{ik} A_{jl} \epsilon_{kl}(0), \quad (2)$$

где  $A_{mn}$  — матрица поворота

$$A_{mn} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$\Theta$  — угол между осью  $x$  и  $M$ .  $\Theta = \alpha z$ , где  $\alpha = 2\pi/p$ ,  $p$  — шаг вращения. Окончательный вид тензора диэлектрической проницаемости после преобразования (2) будет

$$\varepsilon_{ij}(z) = \begin{pmatrix} \cos^2 \Theta \varepsilon_{\parallel} + \sin^2 \Theta \varepsilon_{\perp} & \cos \Theta \sin \Theta (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) & i\varepsilon \sin \Theta \\ \sin \Theta \cos \Theta (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) & \sin^2 \Theta \varepsilon_{\parallel} + \cos^2 \Theta \varepsilon_{\perp} & -i\varepsilon \cos \Theta \\ -i\varepsilon \sin \Theta & i\varepsilon \cos \Theta & \varepsilon_{\perp} \end{pmatrix}.$$

Используя полученное выражение, решим уравнения Максвелла в прозрачной, неоднородно намагниченной среде

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{ijk} \frac{\partial H_k}{\partial x_j} - \frac{1}{c} \frac{\partial D_i}{\partial t} &= 0, \\ \gamma_{ijk} \frac{\partial E_k}{\partial x_j} + \frac{1}{c} \frac{\partial H_i}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $D_i = \varepsilon_{ij} E_j$ ,  $\gamma_{ijk}$  — антисимметричный единичный тензор, магнитная проницаемость положена равной единице, так как на оптических частотах восприимчивость ферромагнетиков исчезающе мала [6]. Тогда уравнения для волн распространяющихся вдоль оси  $z$  будут

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 E_x}{dz^2} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \left\{ \left[ \cos^2 \Theta \varepsilon_{\parallel} + \sin^2 \Theta \left( \frac{\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}} \right) \right] E_x + \frac{\sin 2\Theta}{2} \left[ \frac{(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \varepsilon_{\perp} - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}} \right] E_y \right\}, \\ \frac{d^2 E_y}{dz^2} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \left\{ \left[ \frac{\sin 2\Theta}{2} \frac{(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \varepsilon_{\perp} - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}} \right] E_x + \left[ \sin^2 \Theta \varepsilon_{\parallel} + \cos^2 \Theta \left( \frac{\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}} \right) \right] E_y \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Перейдем к циркулярным компонентам поля  $F_+ = E_x + iE_y$ ,  $F_- = E_x - iE_y$ . Тогда

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_+}{dz^2} &= -k^2 (F_+ + \delta e^{i2\alpha z} F_-), \\ \frac{d^2 F_-}{dz^2} &= -k^2 (\delta e^{-i2\alpha z} F_+ + F_-), \end{aligned} \right\} \quad (5')$$

где введено обозначение

$$\delta = \frac{\varepsilon_{\parallel} - \frac{\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}}}{\varepsilon_{\perp} + \frac{\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}}} \ll 1,$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\varepsilon} = k_0 \bar{\varepsilon}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\parallel} + \frac{\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_{\perp}}}{2}.$$

Решение уравнения (5') ищем в виде

$$F_+ = A_+ e^{i(\alpha+\beta)z}, \quad F_- = A_- e^{i(\beta-\alpha)z}, \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5'), найдем  $\beta$

$$\beta^4 - 2\beta^2 (\alpha^2 + k^2) + (\alpha^2 - k^2)^2 - k^4 \delta^2 = 0,$$

$$\beta_{1,2}^2 = k^2 + \alpha^2 \pm k \sqrt{4\alpha^2 + k^2 \delta^2}.$$

Два значения  $\beta$  говорят о том, что в среде распространяются две волны. Если  $\alpha \rightarrow k$ , то для  $\beta_1 \approx 2k$ ,  $A_+/A_- = \delta$  и в среде распространяется циркулярно-поляризованная волна, совпадающая с поляризацией неоднородности. Для  $\beta_2 \approx ik\delta/2$ ,  $A_-/A_+ = i$ . Вторая волна затухающая, с глубиной проникновения  $d = 2/k\delta$ .

Сшивая падающую циркулярно-поляризованную вправо волну ( $A_r$ ) с волнами, распространяющимися в среде, получим коэффициенты отражения для левополяризованных ( $A_l'$ ) и правополяризованных ( $A_r'$ ) компонент отраженной волны

$$\frac{A_l'}{A_r} = \left| \frac{k_0 - k}{k_0 + k} \right|, \quad \frac{A_r'}{A_r} = \left| \frac{4k_0 k}{(k_0 + k)^2} \right|. \quad (7)$$

Из выражений (7) видно, что практически вся правополяризованная волна отражается. При  $\alpha \neq k$  решение уравнения (5') рассмотрено в [4], которые можно записать в следующем виде:

- 1)  $|k - \alpha| \leq \alpha\delta/2$  — полное отражение,
- 2)  $|k - \alpha| \gg \alpha\delta/2$  — вращение плоскости, поляризации с  $\Delta k = k^2\delta^2/4\alpha(\alpha^2 - k^2)$ ,
- 3)  $|k - \alpha| \geq \alpha\delta/2$  — имеется стоячая волна;

$$E_x = \cos \omega t \sin \alpha z,$$

$$E_y = \cos \omega t \cos \alpha z.$$

Так как  $\delta$  связано с диагональными элементами тензора  $\epsilon_{ij}$ , особенности оптических свойств магнитоупорядоченных веществ с регулярной магнитной неоднородностью вызваны квадратичными магнитооптическими эффектами.

Другим интересным случаем является случай, когда магнитный момент периодически изменяет свою проекцию на направление распространения света. В такой геометрии проявятся линейные магнитооптические эффекты, которые обычно на 2—3 порядка больше квадратичных. Возьмем при  $z = 0$  тензор диэлектрической проницаемости в виде (1), а вращение осуществим вокруг оси  $y$ , тогда в пренебрежении квадратичных эффектов получим

$$\epsilon_{ij}(z) = \begin{pmatrix} a & -\sin \theta i\epsilon & 0 \\ i\epsilon \sin \theta & a & -\cos \theta i\epsilon \\ 0 & i\epsilon \cos \theta & a \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Уравнения (4) для электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , запишутся как

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 E_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (a E_x - i\epsilon \sin \theta E_y) &= 0, \\ \frac{d^2 E_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (i\epsilon \sin \theta E_x + a E_y) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

или, переходя к циркулярным компонентам,

$$\frac{d^2 F_+}{dz^2} + k^2 (1 - \delta \sin \theta) F_+ = 0, \quad (9')$$

$$\frac{d^2 F_-}{dz^2} + k^2 (1 + \delta \sin \theta) F_- = 0, \quad (9'')$$

$k = \omega \sqrt{a}/c$ ,  $\delta = (\epsilon/a) \ll 1$ , а  $\theta$ , как и ранее, равна  $\alpha z$ . Уравнения (9') и (9'') не имеют точного решения, однако в области  $\alpha = 2k$  их можно исследовать методами, развитыми в теории параметрического резонанса [7], а для  $\alpha \neq 2k$  теорией возмущения.

1.  $\alpha = 2k$ . Решение ищем в виде

$$F_+ = A_+ e^{i(s-k)z} + B_+ e^{i(s+k)z}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9') и пренебрегая нерезонансными членами, получим

$$\left\{ [k^2 - (s-k)^2] A_+ + \frac{k^2\delta}{2i} B_+ \right\} e^{i(s-k)z} + \left\{ [k^2 - (s+k)^2] B_+ - \frac{k^2\delta}{2i} A_+ \right\} e^{i(s+k)z} = 0. \quad (11)$$

Равенство (11) требует одновременного обращения в нуль коэффициентов при экспонентах, отсюда находим два значения для  $s$

$$\left. \begin{aligned} s_1 &\approx 2k, \\ s_2 &\approx i \frac{k\delta}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Подставляя обратно в (11), найдем для  $s_1 B_+/A_+ \sim \delta$ , а для  $s_2 B_+/A_+ = 1$ . Таким образом, в среде имеется две волны правой поляризации

$$\left. \begin{aligned} F'_+ &= B_+ e^{ikz}, \\ F''_+ &= 2B_+ e^{-\frac{k\delta}{4}z} \cos kz. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решая аналогично уравнение (9''), получим

$$\left. \begin{aligned} F'_- &= B_- e^{ikz}, \\ F''_- &= 2iB_- e^{-\frac{k\delta}{4}z} \sin kz. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Сшивая падающие циркулярно-поляризованные волны ( $A_{l,r}$ ) с распространяющимися, получим коэффициенты отражения для лево- и правополяризованных компонент ( $A'_l$ ), ( $A'_r$ )

$$\frac{A'_l}{A_l} = \left| \frac{3k_0 - k}{3k_0 + k} \right|, \quad \frac{A'_r}{A_r} = \left| \frac{k_0 - 3k}{k_0 + 3k} \right|. \quad (15)$$

Из (15) видно, что отражение правой поляризации значительно больше, чем левой; таким образом, в резонансной области свет из линейно-поляризованного превращается в эллиптически поляризованный.

2.  $\alpha \neq 2k$ . Решение (9') имеем в виде  $F_+ = \sum_n \delta^n f_n$ ; в нулевом порядке получим  $F_+ = A_+ e^{ikz}$ ; в первом порядке теории возмущений

$$F_+ = A_+ e^{ikz} + \delta \left[ \frac{A_+}{2i [k^2 - (\alpha + k)^2]} e^{i(\alpha+k)z} - \frac{A_+}{2i [k^2 - (k - \alpha)^2]} e^{i(k-\alpha)z} \right].$$

Аналогично можно найти решение и для (9''). Используя граничные условия на поверхности  $z=0$ , получим коэффициенты отражения вдали от резонанса. При этом члены порядка  $\delta$  опускались

$$\frac{A'_l}{A_l} = \frac{A'_r}{A_r} = \left| \frac{k - k_0}{k + k_0} \right|.$$

Отсюда следует, что эллиптичность вдали от резонанса не возникает. Таким образом, показано, что магнитооптические эффекты в средах с регулярной магнитной неоднородностью имеют ряд особенностей, проявляющихся в значительном изменении поляризации.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность М. Ш. Ерухимову за внимание к задаче и помощь при ее решении.

#### Литература

- [1] R. P. Hunt. IEEE Trans. Magn., 5, 700, 1969.
- [2] M. I. Freiser. IEEE Trans. Magn., 5, 152, 1968.
- [3] N. Saito, H. Fujiwara, S. Sugita. J. Phys. Soc. Japan. 19, 1116, 1964.
- [4] Е. И. Кац. ЖЭТФ, 59, 1854, 1970.
- [5] G. H. Conners. J. Opt. Soc. Am., 58, 875, 1968.
- [6] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
- [7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика. Изд. «Наука», М., 1965.

Поступило в Редакцию 6 июня 1973 г.