

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАТОРА С ОПТИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ ЗАДЕРЖКИ

С. К. Исаяев и Л. С. Корниенко

В приближении, не учитывающем дифракционных потерь, рассчитываются области устойчивости и размеры освещенных «пятен» гауссовой моды на зеркалах резонатора, включающего оптическую линию задержки с произвольным количеством отражений. Введение специально выбранной функции позволило выявить общие закономерности, характеризующие устойчивость и световые пучки таких резонаторов и значительно уменьшить объем вычислительной работы.

Лазеры с резонаторами длиной несколько десятков и сотен метров обладают целым рядом интересных свойств [1-3]. Так, например, в лазере с просветляющимся фильтром при увеличении длины резонатора возрастает эффективность выделения одиночных ультракоротких световых импульсов, сокращается их длительность и растет пиковая мощность. Одним из наиболее удобных способов достижения больших длин является введение внутрь резонатора оптической линии задержки, образованной двумя сферическими зеркалами [4, 5].

В настоящей работе рассчитываются области устойчивости и размеры освещенных «пятен» гауссовой моды на зеркалах такого резонатора в приближении, не учитывающем дифракционных потерь (апертурная диафрагма резонатора значительно больше диаметра гауссовой моды).

Рассмотрим резонаторы, схематически показанные на рис. 1, а и б. Оптическая линия задержки образована сферическими зеркалами радиуса кривизны R , расположенными на расстоянии $d < 2R$ друг от друга и имеющими отверстия для вывода луча. В схеме на рис. 1, б одно из плоских зеркал заменено сферическим (радиус кривизны R), помещенным непосредственно за отверстием зеркала линии задержки.

Пренебрегая астигматизмом сферических зеркал при наклонном падении лучей (малы углы падения), представим рассматриваемые резонаторы эквивалентной схемой, включающей последовательность n линз с фокусным расстоянием $f = R/2$ (рис. 1, в).

Записывая матрицу передачи для полного обхода резонатора и используя затем закон $ABCD$ [6], мы сможем рассчитать области устойчивости и размеры освещенных пятен гауссовой моды. Отметим, что для резонатора, показанного на рис. 1, а, полный обход можно заменить в силу симметрии резонатора проходом от одного плоского зеркала до другого.

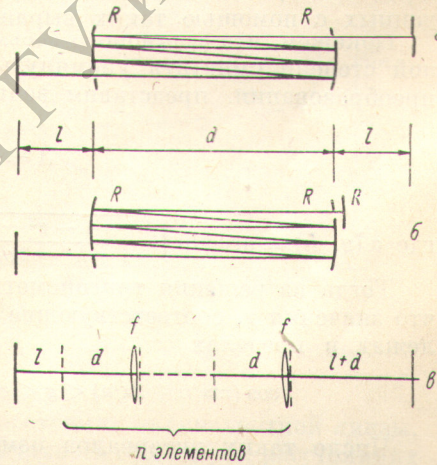


Рис. 1. Резонаторы с оптической линией задержки и их эквивалентная схема.

Если ввести число q , определяющее суммарное количество освещенных пятен на зеркалах линии задержки, то для схемы рис. 1, а $n=q$, а для схемы рис. 1, б $n=2q+1$.

Матрица передачи, соответствующая рассматриваемой эквивалентной схеме, записывается в виде произведения матриц

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d+l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1-\frac{d}{f} \end{pmatrix}^n \times \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вводя обозначения $g = \cos \varphi = 1 - (d/R)$ и $h = 1 + 2(l/R)$ и используя известный результат возведения матрицы в степень n [6], получим необходимые нам для дальнейших расчетов элементы.

$$A = D = (h - g) (1 - g^2)^{-1/2} \sin n\varphi - \cos n\varphi,$$

$$B = R [g(h - g) - (h^2 - 1)/2] (1 - g^2)^{-1/2} \sin n\varphi + R(h - g) \cos n\varphi.$$

Для излучения с длиной волны λ радиус w_0 освещенного пятна основной поперечной моды на плоском зеркале, измеренный на уровне $1/e$ от максимальной амплитуды поля в пятне, определяется соотношением

$$w_0^2 = (\lambda/\pi) |B| (1 - A^2)^{-1/2}.$$

Условие устойчивости рассматриваемого резонатора сводится к очевидному неравенству: $|A| < 1$. Используя приведенные формулы для A и B , нетрудно получить выражения для w_0 и условия устойчивости через полиномы Чебышева аргумента g . К сожалению, эти выражения недостаточно удобны для выявления общих закономерностей, характеризующих устойчивость и световые пучки рассматриваемых резонаторов. Кроме того, объем вычислений, необходимых для получения числовых данных с помощью таких выражений, быстро растет с увеличением n .

Покажем, что с помощью весьма простого приема удается в значительной степени смягчить упомянутые трудности. Используя элементарные преобразования, представим величину A в виде

$$A = \frac{\sin(\alpha - n\varphi)}{\sin \alpha},$$

где $\alpha(g, h) = \arcsin \sqrt{\frac{1 - g^2}{1 + h^2 - 2gh}}$; $0 < \alpha < \pi/2$.

Тогда из решения тригонометрического неравенства $|A| < 1$ следует, что значения g , соответствующие устойчивым конфигурациям резонатора, лежат в пределах

$$\cos(\pi m/n + 2\alpha/n) < g < \cos(\pi m/n); \quad m = 0, 1, \dots, n-1.$$

Число таких интервалов изменения g (областей устойчивости), очевидно, равно n .

В соответствии с последним неравенством можно предложить следующий способ определения границ областей устойчивости резонатора. Задаваясь значением m (номер области), находим по таблице косинуса правую границу: $g_m^{\text{пр}} = \cos(\pi m/n)$. По графику $\alpha(g, h)$ (рис. 2) ищем для $g_m^{\text{пр}}$ соответствующее α (при $m=0$ следует взять α , соответствующее $\cos \pi/n$). Значение $g_m^{\text{л}} = \cos(\pi m/n + 2\alpha/n)$, найденное также по таблице косинуса, будет приближенно определять левую границу области устойчивости. Если эту границу необходимо указать более точно, нужно полученное $g_m^{\text{л}}$ использовать для повторного определения α и т. д.

Очевидно, что при наличии точных таблиц функции $\alpha(g, h)$ можно таким образом найти левую границу области устойчивости с любой заданной точностью. Для практических целей, однако, как правило, достаточно первого приближения, тем более что точность его растет с увеличением n .

В случае не слишком больших n границы областей устойчивости можно находить и графически. Разделим полуокружность радиуса $g=1$ (рис. 3) на n равных частей. Проекция m -й точки деления на ось g , очевидно, определяет $g_m^{пр}$. Отложив от m -й точки влево дугу $2\alpha/n$, получим точку, проекция которой определяет $g_m^{л}$. На рис. 3 показаны найденные таким образом области устойчивости и неустойчивости для $n=8$ и $h=1.1$.

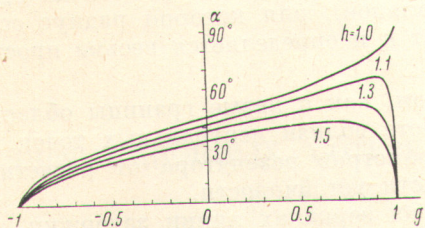


Рис. 2. График функции $\alpha(g)$ при различных значениях h .

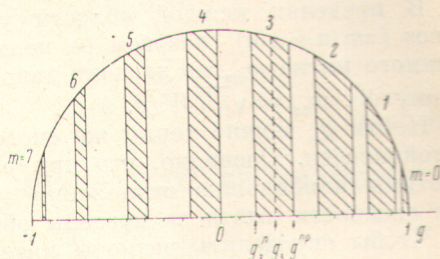


Рис. 3. Графическое определение областей устойчивости резонатора для $n=8$ и $h=1.1$.

Области устойчивости заштрихованы.

Отметим, что для $h \leq 1.3$ и $g > 0$ области устойчивости шире лежащих рядом областей неустойчивости. Значения $g < 0$ дают обратную картину. При увеличении параметра h все области устойчивости сужаются, не исчезая, однако, ни при каких h . Этот результат можно объяснить, если учесть, что рассматриваемый резонатор эквивалентен симметричному резонатору с двумя плоскими зеркалами и расположенной между ними линзой, заменяющей линию задержки. При расстояниях между зеркалами, не превышающих учетверенного фокусного расстояния линзы, такой резонатор устойчив. При изменении параметра g периодически полу-

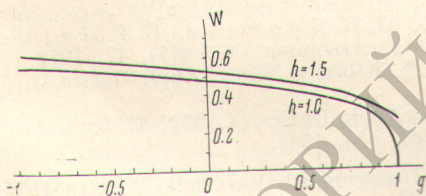


Рис. 4. График функции $W(g)$ для двух значений h .

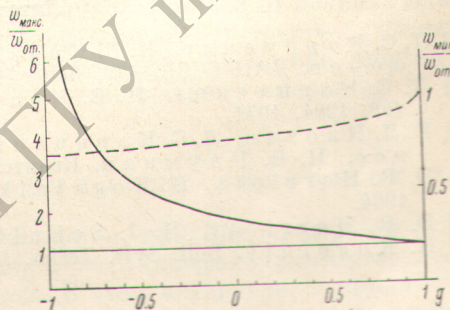


Рис. 5.

Сплошная кривая — w_{\max}/w_{0m} , прерывистая — w_{\min}/w_{0m} .

чаются сколь угодно большие фокусные расстояния эквивалентной линзы, что обеспечивает выполнение условия устойчивости при любых расстояниях между зеркалами, т. е. при любых h (ясно, что увеличение h требует и увеличения размеров используемых зеркал в соответствии с ростом поперечных размеров светового пучка).

После некоторых преобразований радиус w_0 освещенного пятна на плоском зеркале можно также выразить через функцию $\alpha(g, h)$

$$w_0^2 = \lambda R W^2 \sqrt{\frac{\sin(2\alpha - n\varphi)}{\sin n\varphi}},$$

где $W^2(g, h) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1 + h^2 - 2gh}$.

График функции $W(g)$ для разных значений h изображен на рис. 4. Приведенная формула для w_0 показывает, что при увеличении $g = \cos \varphi$ от левой границы каждой области устойчивости до правой радиус пятна на плоском зеркале изменяется от 0 до ∞ . Реально минимальная величина w_0 связана с тем, что при уменьшении w_0 растет расходимость пучка и,

следовательно, увеличиваются размеры пятен на зеркалах линии задержки — световой пучок ограничивается краем одного из этих зеркал. Максимальная же величина w_0 обычно определяется плоским зеркалом (или отверстием в сферическом зеркале). Таким образом, вблизи границ устойчивости резко растут дифракционные потери резонатора, и рассматриваемое приближение оказывается несправедливым.

В пределах каждой области устойчивости существует точка $g_m = \cos(\pi m/n + \alpha/n)$ (назовем ее центральной), для которой радиус освещенного пятна w_{0m} не зависит явно от n и определяется весьма простой формулой: $w_{0m} = \sqrt{\lambda R W(g, h)}$.

Найти g_m можно таким же способом, как и левые границы областей устойчивости. Очевидно, что при работе вблизи центральных точек допустимы наибольшие отклонения параметров резонатора от расчетных без опасности выйти за пределы области устойчивости.

Чтобы определить размеры пятен на зеркалах линии задержки, необходимо последовательно проследить прохождение гауссова пучка, однозначно заданного пятном на плоском зеркале, через эквивалентную систему линз (рис. 1, в). Общее решение такой задачи имеется в [6]. Для практических целей наиболее важно знать максимально w_{\max} и минимально w_{\min} возможные размеры пятен в системе. Это необходимо, чтобы не допустить, с одной стороны, диафрагмирования резонатора, а с другой, — чрезмерной концентрации энергии в пятне.

Проведенные нами на основе формул [6] расчеты w_{\max}/w_{0m} и w_{\min}/w_{0m} для центральных точек дали результаты, графически представленные на рис. 5. Для упрощения расчетов мы полагали $h-1 \ll 1$.

Авторы благодарны Н. В. Кравцову за полезные обсуждения и интерес к работе.

Литература

- [1] Л. С. Корниенко, Н. В. Кравцов, Е. Г. Ларионцев, А. М. Прохоров. ДАН СССР, 193, 1280, 1970.
- [2] Л. С. Корниенко, Н. В. Кравцов, Н. И. Наумкин. ДАН СССР, 199, 1284, 1971.
- [3] Е. Л. Клочан, Л. С. Корниенко, Н. В. Кравцов, Е. Г. Ларионцев, Н. И. Наумкин. Квантовая электроника, № 5 (17), 47, 1973.
- [4] D. R. Herriott, H. Kogelnik, R. Kompfner. Appl. Optics, 3, 523, 1964.
- [5] D. R. Herriott, H. J. Schulte. Appl. Optics, 4, 883, 1965.
- [6] H. Kogelnik. Bell. Syst. Techn. J., 44, 455, 1965.

Поступило в Редакцию 3 июля 1974 г.