УДК 535.31

О ДИФРАКЦИОННЫХ ПОТЕРЯХ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ. III

М. М. Попов и *Т. М. Попова*

Рассчитаны дифракционные потери в открытых оптических резонаторах устойчивой конфигурации.

Настоящая статья является завершением работ [1, 2] по вычислению дифракционных потерь устойчивых симметричных резонаторов с цилиндрическими зеркалами. В ней приводятся результаты расчетов дифракционных потерь антисимметричных (по пространственной переменной) собственных колебаний и изучается поведение дифракционных потерь основной моды с увеличением размеров зеркал резонаторов различной конфигурации. Используемые в статье обозначения совпадают с ранее принятыми в [1, 2].

Расчеты проводились на ЭВМ М-222 по програме, в основном совпадающей с [2]; были внесены изменения лишь в подпрограмму вычисления элементов матрицы $A_{mn}(z)$, позволившие отказаться от использования асимптотики функций Эрмита и тем самым увеличить точность вычисления этих элементов. Для вычисления дифракционных потерь энергии α_n за один проход в резонаторе использовалась матрица оператора K [2], урезанная до размеров 14×14.

Зависимость дифракционных потерь от φ

Ввиду того что дифракционные потери α_n при фиксированном значении z симметричны относительно точки $\varphi=\pi/2$ (конфокальный резонатор), рассматривался интервал $0<\varphi\leqslant\pi/2$. В этом интервале, начиная с $\varphi=\pi/2$ и кончая значением $\varphi=\pi/3-0.4$ с шагом 0.1, вычислялись дифракционные потери α_{2m+1}, $m=0, 1, 2, 3$, антисимметричных мод при различных фиксированных значениях параметра z (от $z=1$ до $z=3$ с шагом 0.25).

Результаты вычислений для $z=2$ и $z=3$ приведены на рис. 1 и 2. Оказывается, что зависимость потерь α_{2m+1} антисимметричных собственных колебаний от параметра φ имеет тот же характер, что и в случае симметричных собственных колебаний [2]. При $z=2$ дифракционные потери α_1 наиболее добротной моды имеют минимум при $\varphi=\pi/2$. С увеличением z относительные минимумы потерь наиболее добротных мод возникают, помимо $\varphi=\pi/2$, а также в точках $\varphi=\pi/3$ и $\varphi=2\pi/3$ (рис. 2). При $z=3$ глубина этих минимумов приблизительно вдвое меньше глубины минимума в конфокальном резонаторе ($\varphi=\pi/2$), а ширина их (на полувысоте) равна приближенно 0.28 радиан.

По результатам вычислений можно сделать вывод, что наилучшей дискриминации мод по потерям среди устойчивых симметричных резонаторов можно добиться в резонаторе со значением $\varphi=\pi/3$ (или $\varphi=2\pi/3$) соответствующим подбором величины z (или размеров зеркал).[1] Действительно, относительный минимум дифракционных потерь в точках $\varphi=\pi/3$ и $\varphi=2\pi/3$ возникает не одновременно у всех мод, а лишь у наиболее доб-

[1] При $\varphi=\pi/3$ получаем $g\equiv1-l/r=1/2$, где l — расстояние между зеркалами, r — радиус кривизны зеркал.

ротных, в то время как у менее добротных мод при этих значениях φ имеет место относительный максимум потерь. Таблица, в которой приведены потери четырех мод при значении $z=2.5$, иллюстрирует этот вывод.

φ	α_0, %	α_1, %	α_2, %	α_3, %
$\pi/2-0.3$	0.11	1.6	8.5	31.5
$\pi/3$	0.06	1.5	12.1	36.8
$\pi/2-0.7$	0.10	1.3	9.5	35.9

Примечание. $z=2.5$.

Об асимптотике дифракционных потерь

Для выяснения характера поведения дифракционных потерь с увеличением размеров зеркал вычислялись потери α_0 основной симметричной моды при фиксированной величине φ для различных значений параметра z (от 1 до 3 с шагом 0.25). Результаты вычислений для некоторых значений φ приведены на рис. 3.

В случае конфокального резонатора ($\varphi=\pi/2$) полученные результаты сравнивались с известной [3, 4] асимптотической формулой для потерь.

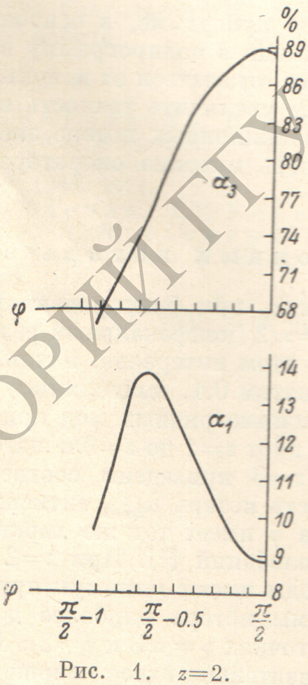

Рис. 1. $z=2$.

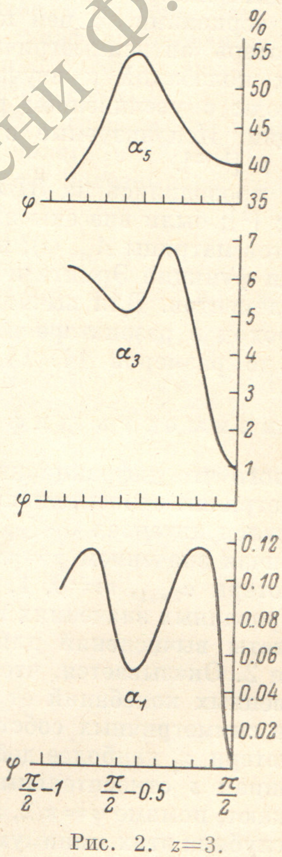

Рис. 2. $z=3$.

В соответствии с этой формулой величина $\gamma=(-1/c)\ln(\alpha_0/4\sqrt{\pi c})$, где $c=a^2k/l$ (k — волновое число, $2a$ — размер зеркал, l — расстояние между зеркалами), должна быть равна двум. Вычисления, выполненные при значениях $\sqrt{c}$ от 1 до 3 с шагом 0.25, дают соответственно следующие значения для $\gamma(c)$: 2.80, 2.37, 2.16, 2.07, 2.03, 2.02, 2.01, 2.01, 2.01. Удовлетворительное совпадение с асимптотической формулой имеет место, начиная со значения $\sqrt{c}=1.75$.

Обнаруживается существенная зависимость характера убывания дифракционных потерь с ростом c от величины φ (рис. 3). Так, при $\varphi=\pi/3-$

—0.4 наклон δ кривой $\ln \alpha_0(c)$ (для больших c) оказывается равным $\delta \simeq \simeq 0.7$. Быстрое убывание ($\delta \simeq \gamma = 2$) с ростом c дифракционных потерь имеет место только в конфокальном резонаторе. При значении $\varphi = \pi/3$ (и $\varphi = 2\pi/3$), т. е. в точке относительного минимума дифракционных потерь ([2] и рис. 2), наклон кривой $\ln \alpha_0(c)$ оказывается равным $\delta = 1.3$. При величине $\varphi = \pi/2 - 0.3$, в окрестности которой наблюдается относительный максимум дифракционных потерь, наклон δ кривой $\ln \alpha_0(c)$ при больших c равен единице.

На основании вычислений можно сделать вывод о том, что наклон кривой $\ln \alpha_0(c)$ оказывается наибольший в случае «вырожденных» резонаторов, т. е. резонаторов, для которых $\varphi = 2\pi(m/n)$, m, n — целые, по крайней мере, при малых n. Это обусловлено, по-видимому, тем обстоятельством, что спектр оператора $\hat{c}$[2], *описывающего резонатор с «бесконечными» зеркалами*, оказывается вырожденным, т. е. имеется n различных собственных значений, каждому из которых соответствует бесконечное множество собственных функций. Благодаря бесконечной размерности собственных подпространств оператора $\hat{c}$ можно построить такие собственные функции, которые убывают к краям зеркала быстрее, чем функции Эрмита, что и должно приводить, вообще говоря, к более быстрому убыванию дифракционных потерь.

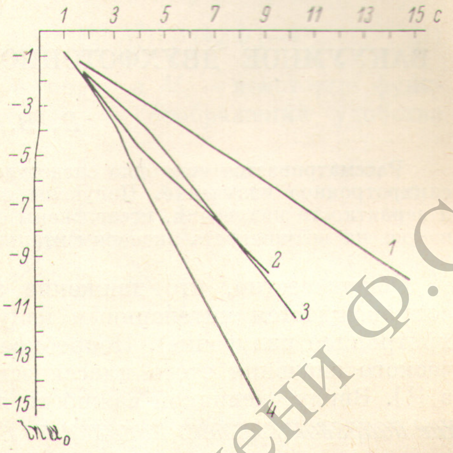

Рис. 3.

1 — $\varphi = \pi/3 - 0.4$, 2 — $\varphi = \pi/2 - 0.3$, 3 — $\varphi = \pi/3$, 4 — $\varphi = \pi/2$.

В конфокальном резонаторе ($\varphi = \pi/2$) дифракционные потери основной моды выражаются [5] через угол между подпространством финитных функций (равных нулю вне зеркала) и одним из собственных подпространств оператора $\hat{c}$ (именно тем, для которого угол минимален). С увеличением размеров зеркал ($c \to \infty$) этот угол стремится к нулю быстрее, чем убывает нулевая функция Эрмита. На основной моде угол достигается, тем самым основная мода оказывается такой финитной функцией, которая менее всего (в смысле метрики гильбертова пространства L_2) отклоняется от собственного подпространства оператора $\hat{c}$.

В случае других вырожденных резонаторов дифракционные потери также зависят от углов, образованных подпространством финитных функций с собственными подпространствами $\hat{c}$ (если бы существовала финитная функция, целиком лежащая в одном из собственных подпространств, при этом упомянутый угол равен нулю, то она была бы собственной функцией оператора Фокса и Ли K с нулевыми дифракционными потерями). С ростом размеров зеркал величина угла (ввиду бесконечной размерности собственных подпространств) убывает быстрее, чем функции Эрмита. Это и обусловливает относительно более быстрое убывание дифракционных потерь. Однако с увеличением n (или числа собственных подпространств оператора $\hat{c}$) эти углы возрастают. Таким образом, соображения геометрического характера также указывают на возможность более быстрого убывания дифракционных потерь в вырожденных резонаторах, по крайней мере для малых n.

Литература

[1] М. М. Попов. Опт. и спектр., *36*, 561, 1974.
[2] М. М. Попов, Т. М. Попова. Опт. и спектр., *39*, 719, 1975.
[3] Л. А. Вайнштейн. Сб. «Электроника больших мощностей», № 4, 106. Изд. «Наука», М., 1965.
[4] D. Slepian. Bell System Techn. J., *43*, 3009, 1964.
[5] М. М. Попов. ДАН СССР, *219*, № 1, 1974.

Поступило в Редакцию 3 февраля 1975 г.