

РАСЧЁТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ШИНЫ НА ПРИМЕРЕ ЕЁ КОНТАКТА С ДОРОЖНЫМ ПОКРЫТИЕМ

В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков, И.И. Коляскин

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

CALCULATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF A TIRE ON THE EXAMPLE OF ITS CONTACT WITH A ROAD SURFACE

V.V. Mozharovsky, D.S. Kuzmenkov, I.I. Kolyaskin

Francisk Skorina Gomel State University

Аннотация. Рассматривается задача приближённого расчёта напряженно-деформированного состояния изотропного основания (покрытия) на примере контакта шины и дорожного покрытия. Представлены основные зависимости для расчета напряженно-деформированного изотропного основания. На основе представленных формул разработан алгоритм решения исследуемой задачи и создана программа для расчёта напряженно-деформированного состояния массивной шины при контакте её с дорожным покрытием.

Ключевые слова: покрытие, шина колеса, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов.

Для цитирования: Можаровский, В.В. Расчёт напряженно-деформированного состояния шины на примере её контакта с дорожным покрытием / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков, И.И. Коляскин // Проблемы физики, математики и техники. – 2021. – № 4 (49). – С. 17–20. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2021_4_49_17

Abstract. The problem of approximate calculation of the stress-strain state of an isotropic base (pavement) is considered using the example of the contact between a tire and a road surface. The main dependences for calculating the stress-strain isotropic base are presented. Based on the presented formulas, an algorithm for solving the problem under study has been developed and a program has been written to calculate the stress-strain state of a massive tire in contact with a road surface.

Keywords: coating, wheel tire, stress-strain state, method of final elements.

For citation: Mozharovsky, V.V. Calculation of the stress-deformed state of a tire on the example of its contact with a road surface / V.V. Mozharovsky, D.S. Kuzmenkov, I.I. Kolyaskin // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2021. – № 4 (49). – P. 17–20. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2021_4_49_17 (in Russian)

Введение

В настоящее время задача определения напряженно-деформированного состояния покрытия на изотропном основании является достаточно актуальной. Одним из примеров таких задач является определение напряженно-деформированного состояния массивной шины при контакте с дорожным покрытием [1], [2]. Точный расчёт напряжений и перемещений, возникающих в массивной шине, необходим для определения физико-технических характеристик шины, оказывающих непосредственное влияние на её износостойкость, долговечность, выбор способа армирования, определение оптимального рисунка протектора шины и др. Целью работы является расчёт напряженно-деформированного состояния шины при её контакте с дорожным покрытием.

1 Постановка задачи исследований. Основные зависимости для приближённого расчёта напряженно-деформированного состояния покрытия на изотропном основании и массивной шины

При исследовании напряженно-деформированного состояния покрытия на изотропном

основании на примере контакта шины и дорожного покрытия (рисунок 1.1) используем методы расчета, представленные в работах [3]–[7], в которых подробно показаны основные формулы для расчёта напряженно-деформированного состояния.

Так, например, если покрытие обладает ортотропными свойствами, то аналитические зависимости и методика реализации определения напряженно-деформированного состояния в покрытии и основании подробно изложены в [7]. Если же покрытие обладает изотропными свойствами и толщина его достаточно большая, то приближенно можно рассчитывать напряженно-деформированное состояние, как в покрытии, так и в изотропном основании с учётом граничных условий по ниже описанной методике, считая, что упругие свойства покрытия и основания близки. Также можно вводить корректирующие экспериментально-теоретические коэффициенты постели, как это делается в механике грунтов. Точное решение расчета будет в том случае, если упругие свойства покрытия и основания совпадают (или покрытие отсутствует). Дискретное распределение давлений, при контакте шины с

покрытием, определяется с помощью методов граничных или конечных элементов.

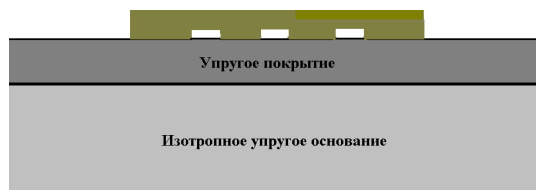


Рисунок 1.1 – Схема контактного взаимодействия шины с покрытием

Пусть на границу упругого полупространства $x_3 > 0$ действует сосредоточенная сила P , приложенная в точке $(y_1, y_2, 0)$ и направленная вдоль оси Ox_3 . Будем считать, что

$$V_0(y, x) = \frac{1}{R(y, x)},$$

$$W_0(y, x) = \ln(x_3 + R(y, x)), \quad (1.1)$$

где $R(y, x) = \left((x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + x_3^2 \right)^{1/2}$ – расстояние от точки наблюдения M с координатами (x_1, x_2, x_3) до точки, к которой приложена сосредоточенная сила.

Ниже, на основании [4], изложена теоретическая методика расчёта напряжений и перемещений с целью программной реализации их расчёта.

Следовательно, формулы Буссинеска для перемещений точки M можно записать в следующем виде

$$u_i = -\frac{P}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V_0}{\partial x_i}(y, x) + \frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{\partial W_0}{\partial x_i}(y, x) \right), \quad i = 1, 2,$$

$$u_3 = -\frac{P}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V_0}{\partial x_3}(y, x) + \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V_0(y, x) \right).$$

В случае, когда на упругое тело действует нормальная нагрузка, распределенная по площадке ω с плотностью $p(x_1, x_2)$ будем иметь [4, 6]:

$$u_i = -\frac{P}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V}{\partial x_i}(x) + \frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{\partial W}{\partial x_i}(x) \right), \quad i = 1, 2 \quad (1.2)$$

$$u_3 = -\frac{P}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V}{\partial x_3}(x) + \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V(x) \right), \quad (1.3)$$

где

$$V(x) = \iint_{\omega} p(y) V_0(y, x) dy,$$

$$W(x) = \iint_{\omega} p(y) W_0(y, x) dy.$$

С учётом (1.1) получим

$$V(x) = \iint_{\omega} \frac{p(y)}{R(y, x)} dy, \quad (1.4)$$

$$W(x) = \iint_{\omega} p(y) \ln(x_3 + R(y, x)) dy.$$

Функции $V(x)$ и $W(x)$ называются потенциалом простого слоя и логарифмическим потенциалом соответственно [4].

Формулы (1.2), (1.3) для перемещений точек упругого полупространства можно записать в следующем виде

$$u_i = -\frac{1}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \int_{x_3}^{\infty} \frac{\partial V}{\partial x_i} dx_3 \right), \quad i = 1, 2, \quad (1.5)$$

$$u_3 = -\frac{1}{4\pi\mu} \left(x_3 \frac{\partial V}{\partial x_3} - \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V \right). \quad (1.6)$$

Полно перемещений (1.5), (1.6) соответствуют следующие компоненты тензора напряжений [4, 6]:

$$\sigma_{11} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} + \frac{\lambda}{2\pi(\lambda + \mu)} \frac{\partial V}{\partial x_3} + \frac{\mu}{2\pi(\lambda + \mu)} \int_{x_3}^{\infty} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} dx_3,$$

$$\sigma_{22} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} + \frac{\lambda}{2\pi(\lambda + \mu)} \frac{\partial V}{\partial x_3} + \frac{\mu}{2\pi(\lambda + \mu)} \int_{x_3}^{\infty} \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} dx_3,$$

$$\sigma_{33} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_3^2} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial V}{\partial x_3}, \quad (1.7)$$

$$\sigma_{12} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\mu}{2\pi(\lambda + \mu)} \int_{x_3}^{\infty} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} dx_3,$$

$$\sigma_{12} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_3}, \quad \sigma_{23} = -\frac{x_3}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_3}.$$

Здесь λ, μ – постоянные Ламе; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; u_i – перемещения, $i, j = 1, 2, 3$.

Исходя из этих аналитических зависимостей, перемещения и напряжения в упругой полуплоскости (или в достаточно толстом покрытии [4]) могут быть, с некоторым приближением, найдены по формулам Беляева (1.5)–(1.7), как только будет известна функция $V(x)$, определяемая выражением (1.4). В свою очередь, потенциал $V(x)$ может быть вычислен, как только будет определена плотность $p(x_1, x_2)$ распределения контактного давления.

2 Программная реализация расчетов напряженно-деформированного состояния массивной шины при контакте с покрытием на изотропном основании

В качестве примера рассмотрим систему «массивная шина – дорожное покрытие». Эпюру нагрузок на шину (см. левое изображение на рисунке 2.1) при её соприкосновении с дорожным покрытием можно получить, как экспериментально (для этого применяется специальная

чувствительная бумага), так и численно [2], [6]. Необходимо определить напряженно-деформированное состояние массивной шины.

На основе экспериментальных или численных данных рассчитывается зона контакта и распределение давления в ней. Был разработан алгоритм и создана программа для расчёта напряженно-деформированного состояния массивной шины при контакте с дорожным покрытием.

Для решения поставленной задачи был применён и запрограммирован метод конечных элементов, использовались прямоугольные конечные элементы [6].

На рисунке 2.1 изображено главное окно разработанного программного комплекса, в котором можно задать размеры параллелепипеда, количество узлов (конечных элементов), модуль Юнга, коэффициент Пуассона. Шаги по осям рассчитываются автоматически и считаются равными по величине. В этом же окне можно загрузить исходное изображение для последующего анализа (т. е. эпюра нагрузок на шину [6] при её соприкосновении с дорожным покрытием), исходное изображение находится слева, а справа находится изображение, составленное из конечных элементов, цвет которых максимально приближен к цвету соответствующей точки исходного изображения (берётся цвет средней точки в конечном элементе). Чтобы рассчитать давление, был использован только показатель оттенка цвета, т. е. яркость и насыщенность не использовались. В программе также предусмотрена

возможность «ручной» корректировки цвета конечного элемента с помощью мыши. Это связано с возможными погрешностями автоматического распознавания цветов.

С целью оптимизации работы программы (уменьшения времени её выполнения) при вычислении интегралов задаётся количество разбиений областей интегрирования, а не точность вычисления значения интеграла. Если по классическому алгоритму численного интегрирования задавать точность вычисления значения интеграла, то очень много времени занимает подбор программой требуемого количества разбиений областей интегрирования для достижения заданной точности. Для нахождения значений интегралов были использованы кубатурная и квадратурная формулы Симпсона. Для нахождения производных использовались центральные производные и сплайны.

Результаты работы программы (значения искомых напряжений и перемещений) и исходные показатели давления отображаются в главном окне программы непосредственно под исходными данными (изображениями эпюра, рисунок 2.1). В программе предусмотрена возможность изменения значений по каждой оси на различных срезах и просмотра полученных результатов (рисунок 2.2), графики напряжений и перемещений автоматически изменяются при изменении параметров среза, которые можно изменить в выпадающих списках.

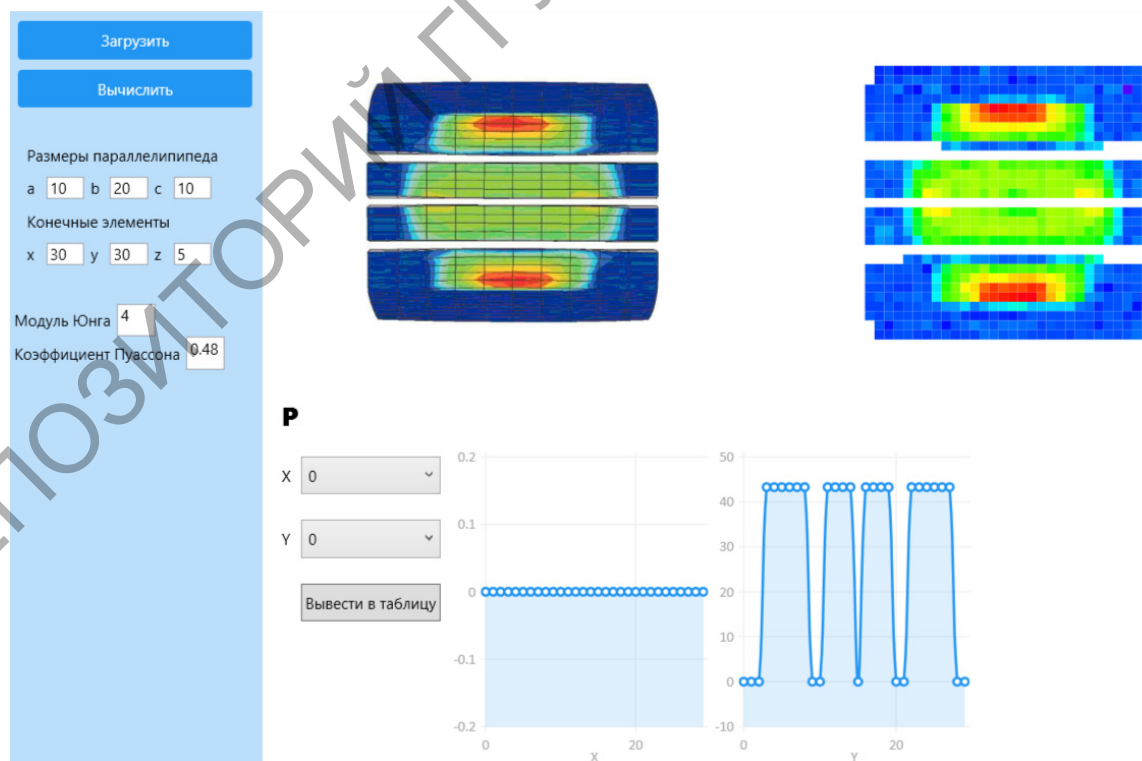


Рисунок 2.1 – Главное окно программы с выводом результатов

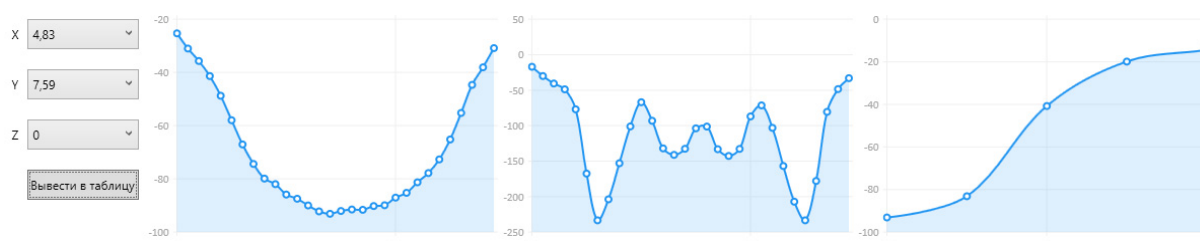


Рисунок 2.2 – Данные для выбранных срезов по разным осям для σ_{22}

В программе предусмотрен экспорт полученных результатов в файл в формате .csv. В файле автоматически будет создана таблица, в которой содержатся значения выбранного напряжения или перемещения по координатам x и y для заданного z . Полученные табличные данные могут быть использованы для дальнейшего анализа с помощью возможностей Microsoft Excel или другого программного обеспечения. Например, с помощью Microsoft Excel были построены трехмерные графики на основе табличных значений (рисунок 2.3).

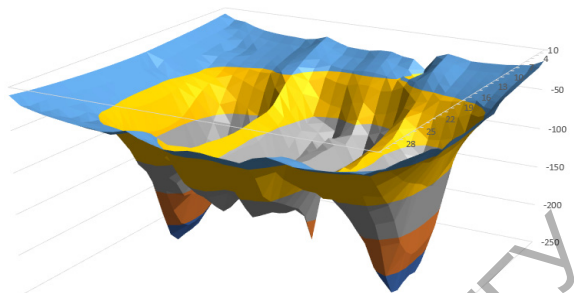


Рисунок 2.3 – Трехмерный график значений σ_{11} для $z = 0$

Заключение

В статье рассмотрена задача о приближенном расчёте напряженно-деформированного состояния изотропного основания (покрытия) на примере контакта шины и дорожного покрытия. Разработан алгоритм решения исследуемой задачи, создана программа, реализующая расчёт напряженно-деформированного состояния массивной шины при контакте с дорожным основанием (покрытием). Универсальность разработанной программы состоит в том, что расчет напряжений, как в изотропном основании, так и в шине можно производить по одному алгоритму с последующей оценкой точности. Проведена серия численных экспериментов. Их результаты согласуются с данными, полученными в ходе натуральных экспериментов. Разработанный алгоритм может быть легко адаптирован для решения подобных задач контактного взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анализ контактного взаимодействия автомобильной шины с колесным диском и дорожным покрытием / В.В. Можаровский [и др.] // Доклады Белорусского конгресса по механике: сборник научных трудов. – 2007. – С. 135–142.
2. Рыжов, С.А. Проектирование шин с использованием программного комплекса ABAQUS / С.А. Рыжов, К.А. Ильин, А.Н. Варюхин // САПР и графика. – 2006. – № 1. – С. 20–40.
3. Лурье, А.И. Пространственные задачи теории упругости. / А.И. Лурье. – Москва: Гиттл, 1955. – 492 с.
4. Аргатов, И.И. Основы теории упругого дискретного контакта / И.И. Аргатов, Н.Н. Дмитриев. – Минск: Политехника, 2003. – 233 с.
5. Можаровский, В.В. Реализация численного расчета напряженно-деформированного состояния в упругом теле под воздействием шины колеса / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Проблемы безопасности на транспорте: матер. VIII межд. научн.-практ. конф. 23–24 ноября 2017 г. – Издательство Бел. гос. ун-та. транспорта. – Гомель, 2017. – С. 200–201.
6. Можаровский, В.В. Численная реализация методики по определению напряжений и перемещений в объёмном теле применительно к техническим приложениям / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2014. – № 6 (87). – С. 161–165.
7. Реализация алгоритмов расчётов напряженно-деформированного состояния элементов машин и трибологических систем / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков, И.И. Коляскин, Ю.В. Василевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2020. – Вып. 35. – С. 37–44.

Поступила в редакцию 03.09.2021.

Информация об авторах

Можаровский Валентин Васильевич – д.т.н., профессор
Кузьменков Дмитрий Сергеевич – к.ф.-м.н., доцент
Коляскин Илья Игоревич – аспирант