

ОБ АСТИГМАТИЗМЕ ВОГНУТЫХ ТОРОИДАЛЬНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК С НЕПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ШТРИХАМИ

С. А. Стрежнев и Н. С. Шмидт

Теоретически исследованы свойства вогнутых тороидальных решеток с непрямолинейными штрихами. Рассмотрены условия получения и рассчитаны оптимальные квазистигматические области при установке решеток по автоколлимационной схеме в спектрографе и монохроматоре. Показано, что, изменяя сагиттальный радиус тороидальной поверхности и радиус кривизны штрихов, можно получить квазистигматическую область шириной, близкой к оптимальной, в любом диапазоне длин волн. Эти области шире, чем те, которые могут быть получены с тороидальными решетками с прямыми штрихами, сферическими с переменным шагом и с непрямолинейными штрихами.

В работе [1] нами было показано, что, применяя вогнутые сферические решетки с непрямолинейными штрихами, можно исправить астигматизм в широкой области длин волн. Оптимальные квазистигматические области решеток с числом 1200, 600 и 300 штр./мм в первом порядке спектра, установленных в спектрографе по автоколлимационной схеме, составляют

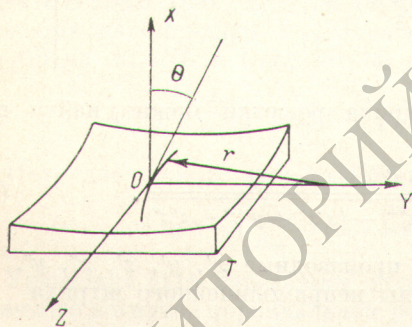


Рис. 1. Схема нанесения непрямолинейных штрихов на тороидальную поверхность T .

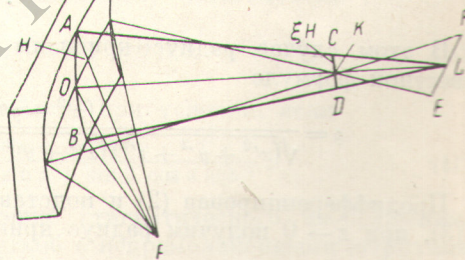


Рис. 2. Схема образования меридионального CD и сагиттального EF изображений точечного источника F вогнутой тороидальной решетки с непрямолинейными штрихами.

соответственно $0 \div 233.2$, $0 \div 466.4$, $0 \div 932.8$ нм. При использовании решеток 600 и в особенности 1200 штр./мм в видимой части спектра квазистигматические области существенно сужаются. В работе [2] была показана возможность компенсации астигматизма вогнутыми решетками со штрихами круговой формы, нанесенными на эллипсотороидальную поверхность, однако исследования условий получения оптимальной квазистигматической области таких решеток в различных схемах установок авторами работы не проводились. Теоретические исследования астигматизма, выполненные нами на основе принципа Ферма методом, описанным в [1, 3], показали, что, применяя тороидальные решетки с непрямолинейными штрихами, можно получить квазистигматическую область, близкую к ука-

занной выше для сферической решетки с непрямолинейными штрихами, в любом участке спектра. Результаты этих исследований приведены в настоящей статье.

Рассмотрим схему нанесения штрихов на вогнутую тороидальную поверхность. Выберем прямоугольную систему координат так, чтобы центр тороидальной поверхности заготовки T , имеющей радиусы кривизны R_m и R_s соответственно в меридиональной XOY и сагиттальной XOZ плоскостях совпадал с началом координат O (рис. 1). Пусть проекции штрихов на плоскость YOZ представляют собой дуги окружностей радиуса r . Тогда форма штрихов на решетке определится как линия пересечения тороидальной поверхности и кругового цилиндра, задаваемых уравнениями

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= 2R_m x - 2R_m(R_m - R_s) + 2(R_m - R_s)[(R_m - x)^2 + y^2]^{1/2}, \\ (y - r)^2 + z^2 &= r^2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Для упрощения дальнейших вычислений уравнение кругового цилиндра взято для случая центрального штриха. Такое представление допустимо, поскольку отклонения постоянной на концах штрихов по поверхности решетки, вызванные тем, что штрихи решеток не являются дугами концентрических окружностей, не превышают, как указывалось в [1], тысячных долей микрона и не вносят искажений в образование изображения, даваемого решеткой с непрямолинейными штрихами.

Определим радиус кривизны штриха ρ и угол θ (рис. 1), под которым плоскость, в которой лежит штрих, наклонена к сагиттальной плоскости XOZ . С этой целью форму штриха в пространстве, определяемую уравнениями (1), запишем в параметрической форме

$$\left. \begin{aligned} x &= R_s + \frac{R_m - R_s}{2R_m^2} (r - \sqrt{r^2 - z^2})^2 + \frac{1}{2} \left\{ 2R_s + (R_m - R_s)(r - \sqrt{r^2 - z^2})^2 - \right. \\ &\quad \left. - \left[z^2 + \frac{R_s}{R_m} (r - \sqrt{r^2 - z^2}) \right]^2 + \frac{R_m - R_s}{4R_m^3} (r - \sqrt{r^2 - z^2})^4 \right\}^{1/2}, \\ y &= r - \sqrt{r^2 - z^2}, \\ z &= z. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В этом случае радиус кривизны штриха решетки можно найти по известной формуле

$$\rho = \frac{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{3/2}}{\sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)(x''^2 + y''^2 + z''^2) - (x'x'' + y'y'' + z'z'')}}. \quad (3)$$

Продифференцировав (2) и подставив производные x' , y' , z' , x'' , y'' , z'' в (3), при $z \rightarrow 0$ получим радиус кривизны непрямолинейного штриха

$$\rho = \frac{R_s}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_s}{r}\right)^2}}. \quad (4)$$

Плоскость, в которой лежит штрих, определится уравнением

$$\begin{vmatrix} X - x & Y - y & Z - z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0,$$

которое с учетом значений x' , y' , z' , x'' , y'' , z'' можно записать в виде

$$XR_s - Yr = 0.$$

Отсюда θ — угол между плоскостью штриха и плоскостью XOZ — определится как

$$\theta = \arctg \frac{R_s}{r}, \quad (5)$$

а радиус кривизны штриха (4) запишется в виде

$$\rho = R_s \cos \theta. \quad (6)$$

Расчет методом, указанным в [1, 3], показал, что известное условие фокусировки вогнутой тороидальной решетки с прямыми штрихами для меридионального пучка [3]

$$\frac{\cos^2 \alpha}{U} - \frac{\cos \alpha}{R_m} + \frac{\cos^2 \beta}{U_v} - \frac{\cos \beta}{R_m} \quad (7)$$

выполняется и для тороидальной решетки с непрямолинейными штрихами, где α и β — углы падения и дифракции; U и U_v — расстояние соответственно от щели до центра решетки и от центра решетки до изображения в сагиттальной плоскости. Условие же фокусировки сагиттального пучка лучей с учетом кривизны штрихов решетки (6) определится выражением

$$\frac{1}{U} - \frac{\cos(\alpha - \theta)}{R_s \cos \theta} + \frac{1}{U_H} - \frac{\cos(\theta - \beta)}{R_s \cos \theta} = 0, \quad (8)$$

где U_H — расстояние от центра решетки до изображения щели в меридиональной плоскости. Как видно из (7) и (8), при заданном R_m имеется свободный выбор значений двух параметров R_s и θ . Это открывает широкие возможности для получения квазистигматической области в любом участке спектра. Фокальная кривая для сагиттальных лучей, как следует из (8), записывается в виде

$$U_H = \frac{R_s \cos \alpha \cos \theta}{\cos \alpha [\cos \theta (\cos \alpha + \cos \beta) + \sin \theta (\sin \alpha + \sin \beta)] - \frac{R_s}{R_m} \cos \theta}. \quad (9)$$

Используя (9), можно также получить выражение для астигматизма вогнутых тороидальных решеток с непрямолинейными штрихами. Астигматизм определяется длиной ξ меридионального изображения, образованного решеткой единичной высоты, когда источник точечный. Если решетка имеет длину штрихов $AB = H$, то длина астигматического изображения будет $CD = \xi H$ (рис. 2). Для случая расположения меридионального изображения на цилиндре Роуланда ($OK = U_v = R_m \cos \beta$, $OL = U_H$) с учетом (9) из $\triangle ABL$ и CDL можно найти величину астигматизма ξ

$$\xi = 1 + \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} - \frac{R_m}{R_s} \cos \beta [\cos \alpha + \cos \beta + \operatorname{tg} \theta (\sin \alpha + \sin \beta)]. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что астигматизм $\xi = 0$ при условии, если

$$\operatorname{tg} \theta = \left(\frac{R_s}{R_m} - \cos \alpha \cos \beta \right) \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} \frac{1}{\cos \alpha \cos \beta}. \quad (11)$$

Уравнение (11) определяет положение стигматического изображения, даваемого вогнутой тороидальной решеткой с непрямолинейными штрихами на окружности Роуланда. В предельном случае при $R_s/R_m = \cos \alpha \cos \beta$ выполняются условия компенсации астигматизма и получения квазистигматической области для тороидальной решетки с прямыми штрихами ($\operatorname{tg} \theta = 0$) [4, 5].

Рассмотрим более подробно условия компенсации астигматизма и получения оптимальной квазистигматической области при установке тороидальной решетки с непрямолинейными штрихами в спектрографе по схеме Иглы и в монохроматоре автоколлимационного типа. Для исследования свойств решеток в этих условиях были выбраны решетки со стандартным меридиональным радиусом кривизны, равным 1000.35 мм, с числом штрихов 300, 600, 1200 на 1 мм, с размерами заштрихованной поверхности 60×50 мм (длина штрихов $H = 50$ мм), чтобы иметь возможность сравнить их свойства со свойствами решеток с компенсированным астигматизмом тех же параметров, описанных в [1, 5, 6]. Коэффициент астигматизма при расчетах выбирался, как и в [1, 5], равным 0.01, исходя из условия разделения ступенек 9-ступенчатого ослабителя, имеющего высоту ступеньки и расстояние между ступеньками ~ 0.5 мм (ξH на рис. 2).

В схеме Игля $\alpha = \beta$. Из (10) выражение для ξ будет иметь вид

$$\xi = 2 - 2 \frac{R_m}{R_s} \cos \alpha (\cos \alpha + \operatorname{tg} \theta \sin \alpha). \quad (12)$$

Оптимальный угол $\Theta = 2\alpha$ найдем, продифференцировав (12) по α и приравняв $\partial \xi / \partial \alpha$ к нулю. Подставляя $\theta = 2\alpha$ в (12) и преобразуя полученное выражение, найдем, что

$$\alpha_{\text{опт.}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{1 - \frac{2}{2 - \xi} \frac{R_m}{R_s}}. \quad (13)$$

Ограничим область существования $\alpha_{\text{опт.}}$ положительными порядками спектра

$$\sqrt{1 - \frac{2}{2 - \xi} \frac{R_m}{R_s}} \geq 0. \quad (14)$$

В этом случае нижняя граница $\alpha_{\text{опт.}} = 0$, а верхняя $\alpha_{\text{опт.}} = 45^\circ$ может быть найдена из (13) при $R_s \rightarrow \infty$. Граничное значение R_s , полученное

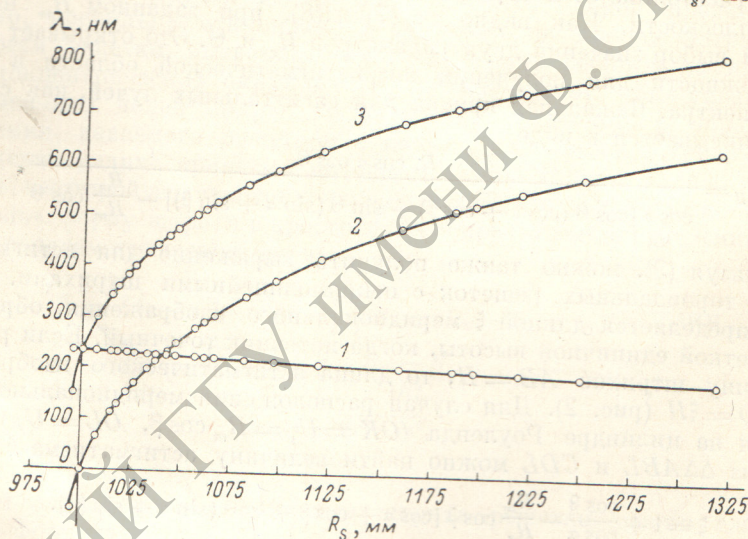


Рис. 3.

1 — кривая изменения ширины $\Delta \lambda$ оптимальной квазиастигматической области в зависимости от R_s тороидальных решеток 1200 штр./мм с непрямолинейными штрихами с $R_m = 1000.35$ мм в спектрографе по схеме Игля; 2 и 3 — кривые изменения длин волн на границе квазиастигматической области, для которых $\xi = 0.01$.

из (14) при $\alpha_{\text{опт.}} = 0$, $R_m = 1000.35$ и $\xi = -0.01$ составляет 995.35 мм, что соответствует граничному значению для тороидальных решеток с непрямолинейными ($\Theta = 0$) и прямыми штрихами. В пределах области существования $0 \leq \alpha_{\text{опт.}} \leq 45^\circ$ оптимальных углов падения для ряда $995.35 \leq R_s \leq 1325$ мм сагиттальных радиусов кривизны для решеток с параметрами, указанными выше, при оптимальных углах α и Θ по формуле (10) был проведен расчет астигматизма ξ в зависимости от углов дифракции β . По полученным кривым были определены предельные значения угловой квазиастигматической области, соответствующие $\xi = 0.01$, а затем по формуле

$$k\lambda = d (\sin \alpha + \sin \beta) \quad (15)$$

при $k=1$ для решеток 300, 600 и 1200 штр./мм рассчитана оптимальная квазиастигматическая область. Кривая изменения ширины $\Delta \lambda$ оптимальной квазиастигматической области в зависимости от сагиттального радиуса R_s тороидальных решеток 1200 штр./мм с $R_m = 1000.35$ мм в спектрографе по схеме Игля представлена на рис. 3 (1); 2 и 3 — кривые

изменения длин волн на границе квазистигматической области, для которых $\xi=0.01$. Соответствующая кривая зависимости радиуса кривизны штрихов r , рассчитанного по формуле

$$r = R_s / \operatorname{tg} \theta, \quad (16)$$

полученной из (5), от сагиттального радиуса кривизны R_s представлена на рис. 4. Из рис. 3 и 4 следует, что с увеличением сагиттального радиуса кривизны при $R_s \geq R_m$ и уменьшением кривизны штрихов решетки оптимальная квазистигматическая область $\Delta\lambda$ (кривая 1 на рис. 3), определяемая разностью ординат кривых 2 и 3, несколько сужается и перемещается по спектру в длинноволновую его часть. В предельном случае при $R_s = R_m = 1000.35$ мм достигается оптимальная квазистигматическая область шириной $0 \div 233.2$ нм для вогнутых сферических решеток с непрямолинейными штрихами [1]. Для

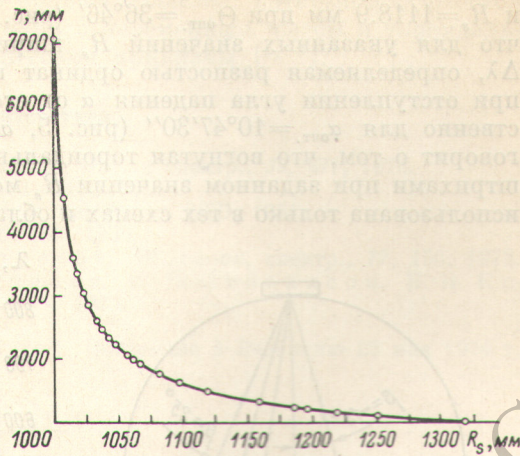


Рис. 4. Зависимость радиуса кривизны штрихов решеток r от R_s .

сферических решеток с непрямолинейными штрихами для выяснения изменения ширины ква-

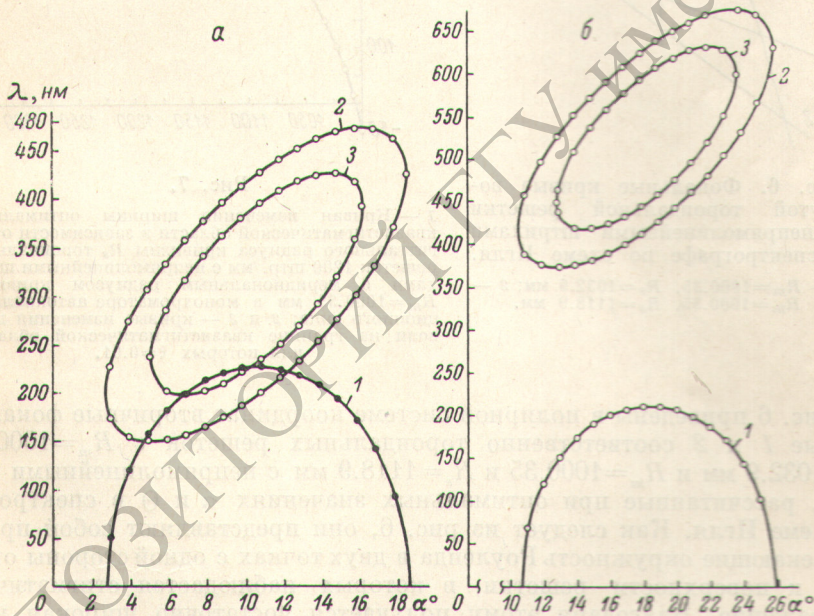


Рис. 5.

1 — кривая изменения ширины квазистигматической области $\Delta\lambda$ тороидальной решетки 1200 штр./мм с непрямолинейными штрихами в схеме Иглы от угла падения α . При $\alpha_{\text{опт.}} = 10^\circ 47' 30''$ наблюдается наибольшая квазистигматическая область 226.17 нм в интервале длин волн $197.08 \div 423.25$ нм (а); при $\alpha_{\text{опт.}} = 18^\circ 23'$ наблюдается наибольшая квазистигматическая область 211.33 нм в интервале длин волн $417.0 \div 628.33$ нм (б). 2 — кривая изменения длин волн на границе квазистигматической области при $\xi=0.01$. 3 — кривая изменения длин волн, для которых астигматизм скомпенсирован полностью. При $\alpha_{\text{опт.}} = 10^\circ 47' 30''$, $\lambda_{\text{стигм. 1}} = 230.67$ нм и $\lambda_{\text{стигм. 2}} = 391.08$ нм (а); при $\alpha_{\text{опт.}} = 18^\circ 23'$, $\lambda_{\text{стигм. 1}} = 449.08$ и $\lambda_{\text{стигм. 2}} = 628.33$ нм (б).

зистигматической области по спектру при заданных значениях сагиттального радиуса кривизны R_s был проведен расчет ширины ее $\Delta\lambda$ в зависимости от угла падения α . В качестве примера на рис. 5 в виде кривых 1

зависимости $\Delta\lambda$ от угла α представлены данные расчета для тороидальной решетки с непрямолинейными штрихами с сагиттальным радиусом кривизны $R_s=1032.9$ мм при оптимальном значении $\Theta_{\text{опт.}}=21^\circ 35'$ (рис. 5, а) и $R_s=1118.9$ мм при $\Theta_{\text{опт.}}=36^\circ 46'$ (рис. 5, б). Из этого рисунка следует, что для указанных значений R_s ширина квазистигматической области $\Delta\lambda$, определяемая разностью ординат кривых 2, существенно сужается при отступлении угла падения α от его оптимальных значений соответственно для $\alpha_{\text{опт.}}=10^\circ 47' 30''$ (рис. 5, а) и $\alpha_{\text{опт.}}=18^\circ 23'$ (рис. 5, б). Это говорит о том, что вогнутая тороидальная решетка с непрямолинейными штрихами при заданном значении R_s может быть достаточно эффективно использована только в тех схемах и областях, на которые она рассчитана.

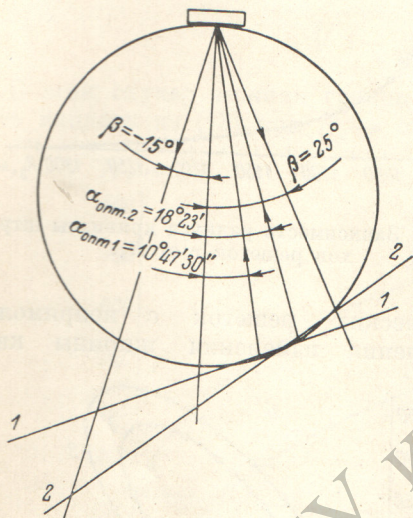


Рис. 6. Фокальные кривые вогнутой тороидальной решетки с непрямолинейными штрихами в спектрографе по схеме Иглы.

1 — $R_m=1000.35$, $R_s=1032.9$ мм; 2 — $R_m=1000.35$, $R_s=1118.9$ мм.

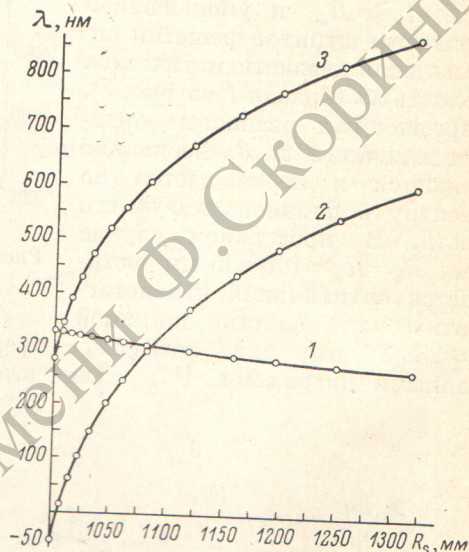


Рис. 7.

1 — Кривая изменения ширины оптимальной квазистигматической области в зависимости от сагиттального радиуса кривизны R_s тороидальной решетки 1200 штр./мм с непрямолинейными штрихами с меридиональным радиусом кривизны $R_m=1000.35$ мм в монохроматоре автоколлимационного типа; 2 и 3 — кривые изменения длин волн на границе квазистигматической области, для которых $\xi=0.01$.

На рис. 6 приведены в полярной системе координат вторичные фокальные кривые 1 и 2 соответственно тороидальных решеток с $R_m=1000.35$ и $R_s=1032.9$ мм и $R_m=1000.35$ и $R_s=1118.9$ мм с непрямолинейными штрихами, рассчитанные при оптимальных значениях α и Θ в спектрографе по схеме Иглы. Как следует из рис. 6, они представляют собой прямые, пересекающие окружность Роуланда в двух точках с одной стороны от нормали к поверхности решетки, в которых наблюдается стигматическое изображение. Благодаря этому получается достаточно широкая квазистигматическая область в любом участке спектра (рис. 3). Расчет показал, что вогнутые тороидальные решетки с непрямолинейными штрихами, у которых $R_s \geq R_m$, могут быть также использованы в монохроматорах. В этом случае ширина оптимальной квазистигматической области несколько увеличивается (рис. 7).

Приведенные результаты показывают, что путем искривления штрихов вогнутых тороидальных решеток, имеющих $R_s \geq R_m$, можно, изменяя сагиттальный радиус кривизны, исправить астигматизм в достаточной для практических целей области длин волн в любом участке спектрального диапазона от ультрафиолетовой до ближней ИК области спектра для решеток не только 300, но и 600 и 1200 штр./мм. При этом ширина квазистигматической области в любом из указанных участков спектра

примерно одинакова (рис. 3 и 7). Она такая же, как и у вогнутых сферических решеток с нелинейными штрихами в ультрафиолетовой области [1] и в любом из участков несколько больше областей, которые достигаются с вогнутыми сферическими решетками с переменным шагом и тороидальными решетками с близкими радиусами кривизны [5, 6].

Литература

- [1] С. А. Стрежнев, Н. С. Шмидт. *Опт. и спектр.*, 39, 377, 1975.
- [2] M. Singh, K. Majumdar, 31, 241, 1970.
- [3] Candler, *Modern Interferometers* Hilger and Watts, LTD, 1951.
- [4] H. Naber. *J. Opt. Soc. Am.*, 40, 153, 1950.
- [5] С. А. Стрежнев, А. И. Андреева. *Ж. прикл. спектр.*, 17, 156, 1972.
- [6] Ф. М. Герасимов, Э. А. Яковлев, И. В. Пейсахсон, Б. В. Кошелев. *Опт. и спектр.*, 28, 790, 1970.

Поступило в Редакцию 25 мая 1974 г.
