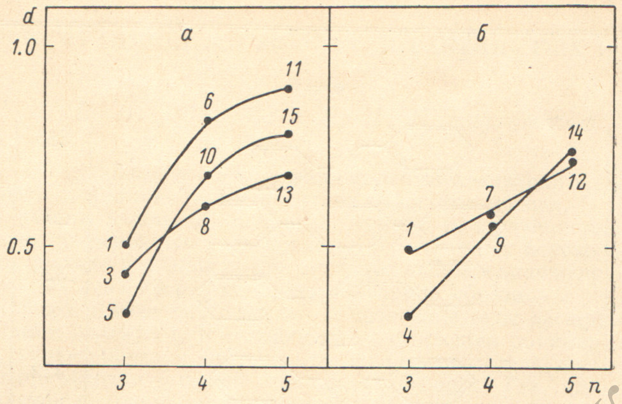
дополнительного фенильного кольца (стильбен—4-фенилстильбен, 2-фенилбензоксазол—2,6-дифенилбензоксазол, 2,5-дифенилоксазол—2-фенил-5-бифенилоксазол) сопровождается усилением ориентационного эффекта в 1.5—2 раза.



Зависимость ориентационного эффекта от числа звеньев молекулярной цепи.

а — для арилэтиленов (*1*, *6*, *11*), арилазометинов (*3*, *8*, *13*) и арилбензоксазолов (*5*, *10*, *15*); *б* — для дифенилполиенов (*1*, *7*, *12*) и арилоксазолов (*4*, *9*, *14*). Нумерация соединений на рисунке дана по таблице.

Таким образом, на примере нескольких рядов соединений разной природы удалось показать, что существует вполне однозначная зависимость между ориентационным эффектом в растянутой полимерной пленке и линейными размерами внедренных молекул. Установленную зависимость можно использовать для прогнозирования эффективности ориентации молекул, внедренных в пленку, при растяжении последних.

Литература

[1] П. П. Феофилов. Поляризованная люминесценция атомов, молекул и кристаллов. Изд. АН СССР, М., 1959.
[2] Л. В. Смирнов. ЖЭТФ, *23*, 68, 1952.
[3] Л. В. Смирнов. Опт. и спектр., *3*, 123, 1952.
[4] Л. В. Смирнов. ДАН СССР, *82*, 237, 1952.
[5] У. Шерклифф. Поляризованный свет. Пер. с англ. под ред. Н. Д. Жевандрова. Изд. «Мир», М., 1965.
[6] Y. Tanizaki. J. Chem. Soc. Japan, *32*, 75, 1959.
[7] Y. Tanizaki et al. J. Chem. Soc. Japan, *32*, 1362, 1959.
[8] E. W. Thulstrup, J. Milch, J. H. Eggers. J. Phys. Chem., *74*, 3868, 1970.
[9] Р. Н. Нурмухаметов, В. А. Липасова. Опт. и спектр., *39*, 652, 1975.
[10] Р. Н. Нурмухаметов. Поглощение и люминесценция органических соединений. Изд. «Химия», М., 1971.

Поступило в Редакцию 6 января 1975 г.

УДК 621.373 : 535

СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ ТРЕХЗЕРКАЛЬНОГО КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА С «СОГЛАСОВАННОЙ» ЛИНЗОЙ

Ю. А. Ходьков

Рассмотрим плоский трехзеркальный кольцевой резонатор с вставленной в него линзой (см. рисунок). Поверхности A и B разделяют два однородных вещества, скорости распространения волн в которых c_1 и c_2. Ось резонатора — равнобедренный треугольник DCE, в вершине C которого находится вогнутое зеркало C с радиусом кривизны $\rho_C > 0$, а два других зеркала D и E — плоские. Линза двояковыпуклая. Ее главная оптическая ось совпадает с основанием DE треугольника DCE, а радиусы кривизны поверхностей A и B на оси одинаковы и равны $\rho > 0$. Линза расположена посредине основания треугольника. Расстояния между зеркалами и преломляющими поверхностями, измеренные вдоль оси, — a, l, b (см. рисунок).

Рассматривалась задача об определении собственных частот $\omega \gg (1/L)$ ($L = 2(a+l)+b$) такого резонатора, соответствующих собственным колебаниям $u(\mathbf{x}, \omega)$ (u — скалярная функция), сосредоточенным в окрестности оси. Функция u искалась как решение уравнения Гельмгольца в каждой из областей Ω_1 и Ω_2

в области Ω_1

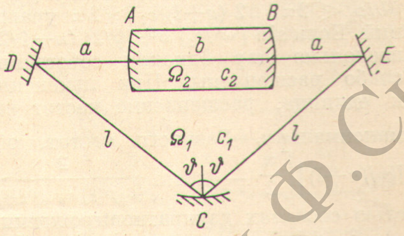
$$\Delta u + \frac{\omega^2}{c_1^2} u = 0, \tag{1}$$

в области Ω_2

$$\Delta u + \frac{\omega^2}{c_2^2} u = 0, \tag{2}$$

равное нулю на зеркалах C, D, E

$$u|_{C,\,D,\,E} = 0 \tag{3}$$



и непрерывное вместе с градиентом на поверхностях преломления A и B

$$[u]|_{A,\,B} = 0, \tag{4}$$

$$[\nabla u]|_{A,\,B} = 0. \tag{5}$$

Здесь $[f(\mathbf{x})]$ означает разность предельных значений $f(\mathbf{y})$, которые получаются при стремлении точки $\mathbf{y}$ снаружи или изнутри линзы к точке $\mathbf{x}$, лежащей на ее поверхности.

В [1, 2] показано, что колебания, сосредоточенные вблизи оптической оси резонатора, возможны, только если, во-первых, внутренний и внешний парциальные резонаторы в отдельности устойчивы

$$0 < \left(1 + \frac{a+l}{\rho}\right)\left(1 - \frac{a+l}{\rho_c \cos\vartheta}\right) < 1, \quad \sin\vartheta = \frac{a+(b/2)}{l}, \tag{6}$$

$$\left|1 - \frac{b}{\rho}\right| < 1, \quad b \neq \rho;$$

во-вторых, параметры резонатора связаны условием согласованности, которое в данном случае выглядит так:

$$\frac{1}{c_1^2}\,\frac{[-\rho-(a+l)]\,[-\rho+\rho_c\cos\vartheta-(a+l)]}{(a+l)\,[\rho_c\cos\vartheta-(a+l)]} = \frac{1}{c_2^2}\,\frac{2\rho-b}{b}. \tag{7}$$

Приведем основной результат: если выполнены условия (6) и (7), то собственные частоты резонатора имеют вид

$$\omega = \omega_0 + O\left(\frac{1}{\omega}\right),$$

где ω_0 пробегает последовательность решений уравнения

$$\left(\frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2}\right)\sin\alpha\sin\beta - \frac{2}{c_1 c_2}\cos\alpha\cos\beta + \frac{2}{c_1 c_2} = 0. \tag{8}$$

Здесь

$$\alpha = \frac{\omega_0}{c_1}\,2(a+l) + \frac{\varphi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$$

$$\beta = \frac{\omega_0}{c_2}\,b + \frac{\psi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right) + (n+1)\pi,$$

$$\varphi = 4\arccos\sqrt{\left(1 + \frac{a+l}{\rho}\right)\left(1 - \frac{a+l}{\rho_c\cos\vartheta}\right)}, \quad \psi = 2\arccos\left|1 - \frac{b}{\rho}\right|.$$

Решим уравнение (8) в трех частных случаях.

1. Коэффициенты преломления сред близки: $(1/c_1) = 1$, $(1/c_2) = 1 + \varepsilon$, где ε — малый параметр. Тогда имеется серия пар близких собственных частот ω_0^+ и ω_0^-, зависящих от двух целочисленных параметров n — поперечного индекса моды и q — продольного индекса

$$\omega^{\pm}_{0_{n,q}} = \omega_{00_{n,q}} \pm \varepsilon\frac{\delta}{L_\varepsilon} + O(\varepsilon^2)\,\frac{1}{L_\varepsilon},$$

$$L_\varepsilon = 2(a+l) + b + \varepsilon b,$$

$$\omega_{00_{n,q}} = \frac{1}{L_\varepsilon}\left[2\pi q = \frac{\varphi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right) - \frac{\psi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right) - \pi(n+1)\right],$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\begin{array}{l} 1-\cos\left\{\omega_{0_{n,q}} 2(a+l) + \frac{\varphi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right) - \right. \\ \left. - \omega_{0_{n,q}}(b+\varepsilon b) - \frac{\psi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right) - \pi(n+1)\right\}. \end{array}}$$

Так как $\omega_{0n,q}$ отличаетя от $\omega_{00n,q}$ на величину порядка ε/L, то $\omega_{0n,q}$ под корнем можно заменить на $\omega_{00n,q}$. Таким образом, двукратновырожденные собственные частоты пустого резонатора, соответствующие двум встречным резонансным волнам, при внесении в резонатор линзы, изготовленной из вещества с коэффициентом преломления, близким к единице, расщепляются.

2. Линза очень тонкая $2(a+l) \gg b \gg 1/\omega$. В частотном интервале $(\omega', \omega'+\Delta)$, $\Delta b/c_2 \ll 2\pi$, $\Delta 2(a+l)/c_1 \gg 2\pi$ уравнение (8) при фиксированном n имеет много решений. Если $\sin[\omega'/c_2)\, b + (\psi/2)(n+1/2)] = \pm\sin\beta \approx 0$, то в интервале $(\omega', \omega'+\Delta)$ имеется несколько пар близких собственных частот, т. е. частоты пустого резонатора слабо расщеплены. При изменении ω', по мере того как $|\sin\beta|$ приближается к единице, расщепление частот внутри интервала увеличивается. При $|\sin\beta|=1$ оно максимально. Разности частот, образующих пары, при этом приближенно равны $[c_1/(a+l)]\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{2}{(c_1/c_2)+(c_2/c_1)}\right]$ и сравнимы по величине с $\pi c_1/(a+l)$ — разностью соседних двукратновырожденных частот пустого резонатора.

3. $c_1 \gg c_2$. Из условий (6) и (7) видно, что резонатор устойчив, если, например, $2\rho \approx b$, т. е. внутренний парциальный резонатор почти конфокальный.

Рассмотрим такой интервал значений ω, в котором частоты внешнего парциального резонатора не совпадают с частотами внутреннего парциального резонатора. В этом интервале собственными частотами резонатора будут пары расщепленных двукратновырожденных частот каждого из парциальных резонаторов.

Вернемся теперь к случаю 1. Собственные частоты резонатора расположены парами поблизости от двукратновырожденных собственных частот пустого резонатора. Однако колебания на этих частотах — не встречные волны. Собственные колебания в резонаторе с линзой из-за отражений и преломлений волн на ее поверхностях не являются двумя независимыми совокупностями встречных волн.

Частоты колебаний, которые можно найти из уравнения (8), однократные, причем в общем случае в широких интервалах частот все соседние однократные собственные частоты расположены на значительном (не малом по сравнению с $\pi c_1/(a+l)$) расстоянии друг от друга. Примеры 2 и 3 показывают, однако, что, кроме случая 1, возможны и другие соотношения между параметрами резонатора, при которых имеется серия пар близких однократных собственных частот.

Все вычисления проводились с использованием асимптотической техники, разработанной Лазуткиным в [3]. Автор благодарит В. Ф. Лазуткина за постановку задачи и В. Ф. Бойцова за ценные советы.

Литература

[1] В. Ф. Бойцов. Автореф. канд. дисс., ЛГУ, 1968.
[2] В. М. Бабич. Сб. «Записки научн. сем. ЛОМИ АН СССР», т. 15. Математические вопросы теории распространения волн, *2*, 9. Изд. «Наука», Л., 1969.
[3] В. Ф. Лазуткин. Сб. «Проблемы математической физики», вып. 6, 90. Изд. ЛГУ, 1973.

Поступило в Редакцию 23 января 1975 г.