

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ
В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ЛУЧЕЙ

В. Д. Зимин и П. Г. Фрик

Описан метод исследования сильных оптических неоднородностей путем расчета поля показателя преломления непосредственно по голограммам прошедшей сквозь неоднородность световой волны.

Теневые и интерференционные приборы, предназначенные для исследования оптических неоднородностей в прозрачных средах, могут регистрировать только небольшие искажения волнового фронта световой волны, прошедшей исследуемую область. Доступный измерению диапазон угловых отклонений лучей в неоднородности для серийных приборов составляет несколько сотых долей радиана. При исследовании температурных и диффузионных полей в жидкостях угловые отклонения лучей могут превышать диапазон серийных приборов по крайней мере на порядок. Для регистрации столь больших деформаций волнового фронта требуется значительное увеличение светосилы основных объективов теневых и интерференционных приборов при сохранении достаточно большого поля зрения.

При регистрации световой волны методом безлинзовой голографии на величину угловых отклонений лучей в неоднородности не накладываются принципиальных ограничений. Голограмма содержит полную информацию об искажениях волнового фронта, поэтому большой интерес представляет разработка методов расчета сильных оптических неоднородностей непосредственно по голограммам. Восстановление голограмм в данном случае нецелесообразно, так как при этом не устраняются трудности, связанные с измерениями больших деформаций волнового фронта.

Расчет оптической неоднородности по голограмме распадается на два этапа. Вначале определяется форма волнового фронта на выходе лучей из оптической неоднородности. Эта часть расчета не вызывает каких-либо затруднений, так как между оптической неоднородностью и голограммой свет распространяется в однородных средах.

Вторая часть задачи, состоящая в расчете хода лучей и распределения показателя преломления внутри оптической неоднородности по известным значениям полных угловых отклонений лучей и разностям фаз, является обратной задачей геометрической оптики неоднородных сред. Общего подхода к решению этой задачи в настоящее время не существует. При расчете слабых оптических неоднородностей используется предположение о прямолинейном ходе лучей. Это предположение позволяет получить однозначные решения обратной задачи для плоских и осесимметричных оптических неоднородностей, используя результаты просвечивания только в одном направлении [1]. С учетом небольшого искривления лучей обратная задача решена для случая одномерной оптической неоднородности в работе [2]. При сильной рефракции использовались весьма громоздкие итерационные методы [3, 4]. В данной работе излагается метод, основанный на интегральных преобразованиях Абеля.

Рассмотрим оптические неоднородности, создаваемые тепловыми или диффузионными пограничными слоями в жидкости. Будем считать, что

$$n = \begin{cases} n(x, y) & \text{при } y < \delta(x) \\ \bar{n} & \text{при } y \geq \delta(x). \end{cases} \quad (1)$$

Оптическая неоднородность просвечивается вдоль оси z . Учитывая характерное для пограничных слоев соотношение $dn/dy \gg dn/dx$, будем рассматривать искривление лучей только в плоскостях $x = \text{const}$. В этом случае уравнение для лучей принимает следующий вид [1]:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right] \frac{\partial}{\partial y} \ln n. \quad (2)$$

Если обе части уравнения (2) умножить на dy/dz и разделить на $1 + (dy/dz)^2$, то получается уравнение в полных дифференциалах. С учетом начальных условий

$$y = y_0, \quad \frac{dy}{dz} = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad (3)$$

первый интеграл этого уравнения можно записать в виде

$$\frac{dy}{dz} = \sqrt{\left(\frac{n(y)}{n(y_0)} \right)^2 - 1}. \quad (4)$$

При достаточно большой протяженности пограничного слоя вдоль оси z лучи будут выходить из него в невозмущенную область. Такая ситуация изображена на рис. 1. Для лучей, вышедших из пограничного слоя, $n(y) = \bar{n}$, $dy/dz = \text{tg } \epsilon$, поэтому формула (4) позволяет вычислить n в точке $y = y_0$. По измеренному значению полного углового отклонения луча ϵ

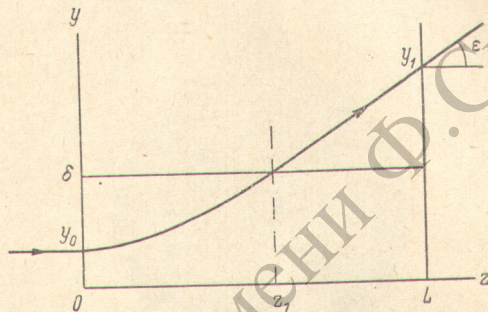


Рис. 1. Траектория луча в пограничном слое.

$$n(y_0) = \bar{n} (1 + \text{tg}^2 \epsilon)^{-1/2}. \quad (5)$$

Однако формула (5) не дает решения поставленной задачи, так как координату y_0 следует считать неизвестной [5]. Если n является монотонно возрастающей функцией y , то, интегрируя уравнение (4) по z в пределах от 0 до z_1 , получаем интегральное уравнение, связывающее координаты входа лучей в пограничный слой ($y = y_0$, $z = 0$) с координатами выхода из него ($y = \delta$, $z = z_1$)

$$z_1 = \int_{y_0}^{\delta} \frac{dy}{\sqrt{\left(\frac{n(y)}{n(y_0)} \right)^2 - 1}}. \quad (6)$$

Величину z_1 можно вычислить по известному распределению угловых отклонений лучей $\epsilon = \epsilon(y)$ в плоскости $z = L$. Обращаясь к рис. 1, находим

$$z_1 = L - \frac{y_1 - \delta}{\text{tg } \epsilon}. \quad (7)$$

Уравнение (6) можно свести к интегральному уравнению типа Абеля, произведя замену переменных

$$\left. \begin{aligned} v &= \bar{n}^2 - n^2(y), \quad u = \bar{n}^2 - n^2(y_0), \\ dy &= \frac{dy}{dv} dv. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Подставляя формулы (8) в уравнение (6), получаем

$$\psi(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \frac{f(v) dv}{\sqrt{u-v}}, \quad (9)$$

где ψ и f — безразмерные функции,

$$f = -\frac{\sqrt{\pi}}{L} \frac{dy}{dv}, \quad \psi = \frac{z_1}{Ln(y_0)}. \quad (10)$$

Величина $n(y_0)$ вычисляется по формуле (5).
Решение уравнения Абеля дается формулой [6]

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dv} \int_0^v \frac{\psi(u) du}{\sqrt{v-u}}. \quad (11)$$

Подставляя f из (10) в уравнение (11) и интегрируя его по v , находим

$$\frac{y-\delta}{L} = -\frac{1}{\pi} \int_0^y \frac{\psi(u) du}{\sqrt{v-u}}. \quad (12)$$

Константа интегрирования определена из условия $u=v$ при $y=\delta$. Формула (12) дает окончательное решение поставленной задачи, устанавливая зависимость показателя преломления n от координаты y .

Рассмотрим в качестве примера тепловой пограничный слой, действующий как собирающая цилиндрическая линза. Пусть все лучи, выходящие из пограничного слоя, фокусируются в точке z_1 на его внешней

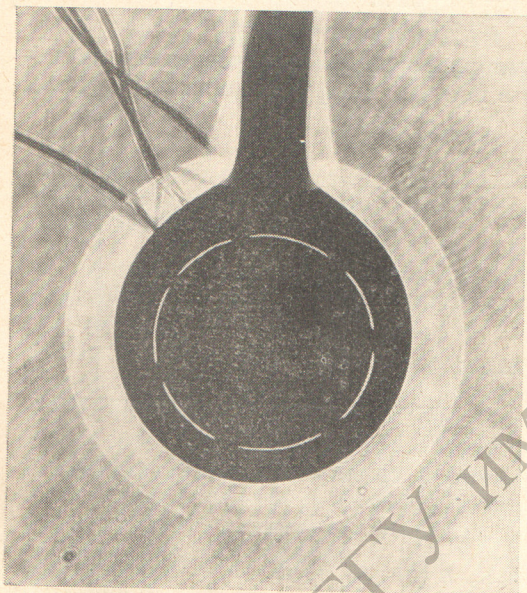


Рис. 2. Общий вид голограммы.

границе. В этом случае интеграл в формуле (12) можно вычислить аналитически. Если z_1 — величина постоянная, — то зависимость ψ от u , определяемая формулами (8) и (10), есть

$$\psi(u) = \frac{z_1}{L\sqrt{n^2-u}}. \quad (13)$$

Подставляя ψ в формулу (12) и выполняя интегрирование, после преобразований получаем

$$n(y) = \bar{n} \sqrt{1 - \text{th}^2\left(\frac{\pi(y-\delta)}{2z_1}\right)}. \quad (14)$$

Формула (14) дает распределение показателя преломления в пограничном слое, обладающем описанным выше свойством. Для тепловых пограничных слоев величина $\pi\delta/2z_1$, как правило, мала, поэтому, разлагая правую часть формулы (14) по степеням малого параметра, получаем

$$n(y) = \bar{n} - \frac{\bar{n}}{2} \left(\frac{\pi\delta}{2z_1}\right)^2 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2. \quad (15)$$

Формула (15) использовалась в работе [7] для вычисления локальных значений теплового потока при естественной конвекции жидкости в замкнутой прямоугольной полости. С помощью короткофокусного теневого прибора измерялась зависимость $\epsilon(y_1)$, которая при наличии фокусировки лучей оказывается линейной. При фокусировке приемной части теневого прибора на плоскость $z=z_1$ на внешней границе пограничного слоя наблюдалась яркая фокальная линия.

Экспериментальная проверка изложенного выше метода расчета сильных оптических неоднородностей в данной работе проводилась путем сравнения температурных профилей, измеренных одновременно оптическим методом и термопарным зондом в тепловом пограничном слое у нагретого горизонтального цилиндра.

Медный цилиндр диаметром 1.5 см и длиной 20 см с электрическим нагревателем внутри помещался в кювету с дистиллированной водой объемом около восьми литров. Ось цилиндра устанавливалась горизонтально, перпендикулярно смотровым окнам кюветы, которые были выполнены из плоскопараллельных пластин оптического стекла. Кювета просвечивалась вдоль оси цилиндра расширенным с помощью телескопической системы параллельным пучком света от лазера типа ЛГ-75. На расстоянии 10 см позади кюветы на пленке ФП-ГВ2 шириной 190 мм регистрировалась осевая голограмма. Общий вид голограммы показан на рис. 2. Штриховой линией обозначен контур цилиндра. Вокруг него наблюдается темная кольцевая зона, соответствующая тепловому пограничному слою. Лучи, входящие в пограничный слой, полностью отклоняются и, выходя из него, интерферируют с пучком света, прошедшим невозмущенную область. Область интерференции видна на рис. 2 в виде светлой кольцевой полосы.

Обработка голограмм проводилась с помощью микроскопа. Для различных сечений пограничного слоя находилась зависимость порядка интерференционной полосы N от поперечной координаты y_1 . Связь между $N(y_1)$ и величинами, входящими в формулу (12), можно получить из формул (5), (7), (8), (10)

$$u = \bar{n} \operatorname{tg}^2 \varepsilon, \quad \psi = \bar{n} \left(1 - \frac{\mu - \delta}{L \operatorname{tg} \varepsilon} \right), \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \lambda \frac{dN}{dy_1}, \quad (16)$$

где λ — длина волны.

Нахождение $n(y)$ по формуле (12) связано с довольно громоздкими вычислениями, так как интеграл в правой части зависит от y как от параметра и для каждого значения интегрирование нужно проводить отдельно. В связи с этим расчеты проводились на ЭВМ М-220М. В качестве исходных данных вводилась зависимость $N(y_1)$, заданная в виде таблицы, и параметры оптической схемы. Расчет проводился по схеме, аналогичной схеме, применяемой при расчете осесимметричных шпир [1].

Результаты сравнения $n(y)$, измеренного оптическим методом и термопарным зондом, приведены на рис. 3. Аналогичные опыты, проведенные для конвективного факела над линейным источником тепла, показали, что данный метод исследования сильных оптических неоднородностей можно применять для достаточно широкого класса задач.

Литература

- [1] Л. А. Васильев. Теневые методы. Изд. «Наука», М., 1968.
- [2] В. Д. Зимин. Уч. записки Пермского ун-в., № 247; сб. «Гидродинамика», 3, 139, Пермь, 1971.
- [3] D. E. Mогольгау. J. Fluid Mech, 27, 595, 1967.
- [4] В. Хауф, У. Григуль. Оптические методы в теплопередаче. Изд. «Мир», М., 1973.
- [5] В. Д. Зимин. Уч. записки Пермского ун-в., № 216; сб. «Гидродинамика», 2, 263, Пермь, 1970.
- [6] И. М. Гельфанд, Г. Е. Шолов. Обобщенные функции и действия над ними. ГИФМЛ, М., 1959.
- [7] В. Д. Зимин, Ю. Н. Ляхов, Г. Ф. Шайдуров. Уч. записки Пермского ун-в., № 248; сб. «Гидродинамика», 3, 126, Пермь, 1971.

Поступило в Редакцию 22 октября 1974 г.

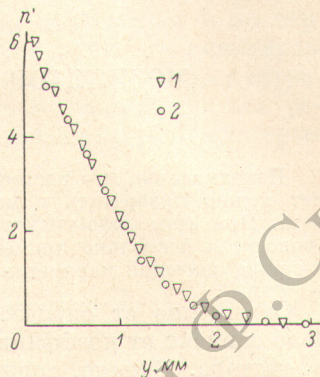


Рис. 3. Сравнение результатов.

1 — результаты расчета, 2 — термопарного зондирования.