АНАЛИТИЧЕСКИЕ
И ЧИСЛЕННЫЕ
МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
В МАТЕМАТИКЕ
*Дифференциальные уравнения,
математический анализ
и численные методы*

Н. А. Алёшин, Г. Л. Карасёва
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КАНОНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ЛП

Задачей линейного программирования (ЛП) называется задача отыскания максимума линейной функции на множестве, задаваемом системой линейных равенств и неравенств.

$$c'x \to \max, \; Ax = b, \; d_* \le x \le d^*,$$

где $c = c(J)$, $d_* = d_*(J)$, $d^* = d^*(J)$ – n-векторы, $b = b(I)$ – m-вектор, $A = A(I, J)$ – $m \times n$-матрица, $I = \{1, 2, \ldots, m\}$, $J = \{1, 2, \ldots, n\}$, $rank\, A = m$.

Основные определения плана x, оптимального плана x^0, опорного плана $\{x, J_{on}\}$, коплана $\delta \in R^n$, опорного коплана $\{\delta, J_{on}\}$, псевдоплана $æ \in R^n$ вводятся стандартно.

Множество $J_{on} \subset J$ – множество опорных индексов, такое что $rank\, A(I, J_{on}) = m$, называется опорой исходной задачи. Очевидно, что множество J_{on} должно состоять из m элементов. Условие $rank\, A = m$ обеспечивает наличие хотя бы одной опоры исследуемой задачи.

Получена формула приращения целевой функции

$$c'\Delta x = \sum_{\substack{j \in J_H, \\ \delta_j < 0}} \delta_j \left(d_{*j} - x_j \right) - \sum_{\substack{j \in J_H, \\ \delta_j > 0}} \delta_j \left(d_j^* - x_j \right) \ge 0.$$

Исходная задача решается прямым опорным методом с различными нормировками: симплексной и адаптивной. Использование адаптивной нормировки более эффективнее для нахождения решения интервальной задачи линейного программирования чем симплексной.

Итерации в симплекс методе ведутся на планах задачи. Следовательно, вычисление можно прекратить на любом шаге и получить некоторый план. В этом одно из достоинств прямого симплекс метода. Однако, имея на каждой итерации план, в симплекс методе нельзя оценить его отклонение от оптимального. Поэтому, практически, вычисления нужно вести до получения оптимального плана. Увеличение числа итераций не желательно из-за накопления ошибок округления, в силу чего последние итерации в больших задачах фактически идут по векторам, не имеющим отношения к рассматриваемой задаче.

Опорный метод с адаптивной нормировкой также ориентирован на задачи в канонической форме, но в различие от симплексного и опорного методов использовал более естественную нормировку допустимых направлений, зависящую от текущего плана. В этом методе впервые было введено экстремальное правило замены опор, основанное на дополнительной информации, имеющейся на итерациях.