Е. Р. Бибило
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХРЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХУРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Если уравнение $f\left(x^{(n)},...,x,z\right)=0$ имеет решение $x=\sum_{k=0}^{\infty}h_k\left(z-z_0\right)^{k-s}$, то этому решению будем сопоставлять набор $\left(s;h_0;r_1,r_2,...,r_n\right)$, где $k=r_m$ – резонансы, h_{r_m} – резонансные коэффициенты. Среди резонансов r_k есть один равный -1. Остальные резонансы должны быть целыми и различными [1].

Рассмотрим дифференциальное уравнение четвёртого порядка

$$y^{IV}=20yy''+10y'^2-40y^3+\alpha\left(y''-6y^2\right)+ay+b, \tag{1}$$

которому соответствуют наборы $\left(2;1;-1,2,5,8\right)$, $\left(2;3;-1,-3,8,10\right)$.

Дифференцированием (1) можно получить уравнения

$$y^{V}=20yy'''+40y'y''-120y^2y'+\alpha\left(y'''-12yy'\right)+ay'+by+c, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} y^{VI}&=20yy^{IV}+60y'y'''+40y''^2-120y^2y''-240yy'^2+\\ &+\alpha\left(y^{IV}-12yy''-12y'^2\right)+ay''+by'+cy+d, \end{aligned} \tag{3}$$

причем уравнению (2) соответствуют наборы $\left(2;1;-1,2,5,6,8\right)$, $\left(2;3;-1,-3,6,8,10\right)$, а уравнению (3) соответствуют наборы $\left(2;1;-1,2,5,6,7,8\right)$, $\left(2;3;-1,-3,6,7,8,10\right)$.

Теорема. *Для отсутствия подвижных многозначных особых точек у решений уравнения (1) необходимо, чтобы* $a'=0,\ \ b''=0$. *Для отсутствия подвижных многозначных особых точек у решений уравнения (2) необходимо, чтобы* $a''=0,\ \ b=2a'$, $c'=0$. *Для отсутствия подвижных многозначных особых точек у решений уравнения (3) необходимо, чтобы* $a''=0,\ \ b=3a'$, $c=0$, $d=0$.

Замечание 1. *При* $\alpha=a=b=c=d=0$ *уравнения (1), (2) и (3) имеют рациональное решение* $y=\frac{3\left(z-z_0\right)\left(\left(z-z_0\right)^3-2h\right)}{\left(z-z_0\right)^3+h}$, *отвечающее резонансу* $r=-3$.