Е. В. Дирвук
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ ТИПА РАДО

В работе [1] рассмотрены рациональные интерполяционные функции Лагранжа на отрезке [-1,1] с узлами в нулях синус-дроби Чебышева-Маркова и одной заранее фиксированной точке -1 или 1. На основании полученных функций Лагранжа построены квадратурные формулы. В случаи фиксирования одного из концов отрезка такие формулы принято называть квадратурными формулами типа Радо.

Рассмотрим интеграл

$$\int_{-1}^{1} \frac{\sin(x)}{x-1.1}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx \tag{1}$$

Для оценки относительной погрешности вычислим интеграл (1) с помощью рациональных (2) и полиномиальных (3) квадратурных формул Радо построенных в [1].

$$\int_{-1}^{1} f(x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx \approx \frac{f(1)}{\lambda_n(1)}\pi + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{f(x_k)(1+x_k)}{\lambda_n(x_k)}\pi,\ \lambda_n(x) = \sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{1-a_k^2}}{1+a_k x}, \tag{2}$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx \approx \frac{\pi}{n}\left(f(1) + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(\cos\frac{k\pi}{n}\right)\left(1+\cos\frac{k\pi}{n}\right)\right). \tag{3}$$

Результаты вычислений для различного количества узлов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Относительные погрешности квадратурных формул (2,3) для интеграла (1).

Количество узлов	Относительная погрешность для рациональных кв. ф-л (2)	Относительная погрешность для полиномиальных кв. ф-л (3)
3	0.028	0.131
5	4.76e-4	0.024
7	4.75e-6	4.13e3
9	2.13e-8	7.03e-4
11	1.04e-14	1.19e-4
21	3.92e-20	1.67e-8
31	8.43e-29	2.35e-12

Вычисления выполнены при помощи программного пакета Maple 17.

Литература

1 Дирвук, Е. В. Рациональные квадратурные формулы типа Радо / Е.В. Дирвук, К.А. Смотрицкий // Вестник БГУ (в печати).