С. П. Жогаль, Р. И. Коржик
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЮ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО-КОРРЕЛИРОВАННОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрена динамическая колебательная система, описываемая стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$\ddot{x}+\omega^2 x=\varepsilon h(x,\dot{x})+\varepsilon\sum_{s=0}^{S} P_s\cos(\Omega_s\omega\, t)x^s+\varepsilon\sum_{k=1}^{K} R_k\cos(\zeta_k\omega\, t)\dot{x}^k+q(t), \quad (1)$$

$$K_q(\tau)=\sigma_0^2 e^{-a|\tau|},\ S_q(\omega)=\frac{\sigma_0^2}{\pi}\frac{a}{a^2+\omega^2}, \quad (2)$$

где $a=const>0.$

Применена процедура замены экспоненциально-коррелированного случайного процесса $q(t)$ белым шумом. Для этого процесса составлен формирующий линейный фильтр

$$Lq(t)=\dot{q}+\alpha q=\sqrt{\varepsilon}m\sqrt{2\alpha}\dot{\xi}(t), \quad (3)$$

где параметр корреляции a удовлетворяет условию $a<<\varepsilon,$ а $\dot{\xi}(t)$ — белый шум с интенсивностью 1. Характеристическое управление фильтра (3) имеет один действительный отрицательный корень $\lambda_1=-a.$ При таких условиях действие экспоненциально-коррелированного процесса $q(t)$ на систему с одной степенью свободы (1) можно приближённо заменить белым шумом с интенсивностью

$$\sqrt{2\pi S_q(\omega\ )}=\sigma_0\sqrt{\frac{2a}{a^2+\omega^2}}=\sqrt{\varepsilon}h\sqrt{\frac{2a}{a^2+\omega^2}}. \quad (4)$$

Таким образом, вместо уравнения (1) может быть рассмотрено эквивалентное уравнение

$$\ddot{x}+\omega^2 x=\varepsilon h(x,\dot{x})+\varepsilon\sum_{s=0}^{S} P_s\cos(\Omega_s\omega\, t)x^s+\varepsilon\sum_{k=1}^{K} R_k\cos(\zeta_k\omega\, t)\dot{x}^k+\sqrt{\varepsilon}h\sqrt{\frac{2a}{a^2+\omega^2}}\dot{\xi}(t). \quad (5)$$

Таким образом, исследование уравнения (5) сводится к исследованию системы, подверженной белому шуму. Для системы (5) получены достаточные условия потенциальности усредненного уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка для совместной плотности вероятностей стационарных амплитуды и фазы колебаний.

Теорема. *Пусть для системы (5) выполняются следующие условия:*

1) $\frac{\partial}{\partial a}\left\{a\underset{t}{M}\left[h\left(a\cos\psi,-a\sin\psi\right)\cos\psi\right]\right\}=0;$

2) $\Omega_S\neq s-(2n-1), n=1,2,...,\left[\frac{s}{2}\right],$ *где* $\left[\frac{s}{2}\right]$ *– целая часть числа* $\frac{s}{2}.$

Тогда соответствующее усредненное уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка (КФП) будет удовлетворять условию потенциальности и его решение $W(a,\phi)$ *– совместная плотность вероятностей амплитуды и фазы стационарных колебаний может быть найдена в квадратурах.*

Литература

1 Митропольский, Ю. А. Нелинейные колебания в системах произвольного порядка / Ю.А. Митропольский, Нгуен Ван Дао, Нгуен Донг Ань. – Киев : Наук. Думка, 1992. – 344 с.

2 Жогаль, С. И. Исследование стохастических квазилинейных колебательных систем: Учебное пособие / С. И. Жогаль, С. П. Жогаль. – Гомель : ГГУ, 1997. – 96 с.