А. В. Кузьмич
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

О ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИИ ДЮЛАКА-ЧЕРКАСА ДЛЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Для исследования предельных циклов системы

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{j=0}^{l-1} p_j(x)y^j \equiv P(x,y), \quad \frac{dy}{dt} = \sum_{l=0}^{l} h_j(x)y^j \equiv Q(x,y), \tag{1}$$

где $h_j \in C^0(I_x)$, $p_j \in C^1(I_x)$, $I_x \subseteq R$, будем использовать обобщенный подход Л.А. Черкаса [1] к критерию Дюлака, основанный на нахождении функции Дюлака-Черкаса $\Psi \in C^1(I_x \times R)$, удовлетворяющей неравенству

$$\Phi \equiv k\Psi \operatorname{div} X + \frac{\partial \Psi}{\partial x} P + \frac{\partial \Psi}{\partial y} Q > 0 \ (< 0), \ \ \forall (x,y) \in \Omega, \ \ X = (P,Q).$$

Функцию Дюлака-Черкаса будем искать в виде $\Psi(x,y) \equiv \sum_{i=1}^{n} \Psi_i(x) y^{n-i}$, $n \in N$. Тогда вспомогательная функция $\Phi(x,y)$ имеет вид $\Phi(x,y) \equiv \sum_{i=0}^{m} \Phi_i(x) y^i$.

Рассмотрим метод построения функции Ψ для системы (1), основанный на редукции к задаче линейного программирования, решаемой на одномерной сетке, полосы $\Omega_x = \{(x,y) : x \in I_x = [x_1, x_N], y \in R\}$ локализации предельных циклов системы. Для положительности функции Φ потребуем положительность всех функций $\Phi_v(x)$ при четных степенях y и $|\Phi_w(x)| < \varepsilon$ для всех функций $\Phi_w(x)$ при нечетных степенях y, где ε – достаточно малое положительное число. В этом случае каждую из функций $\Psi_i(x)$ удобно взять в виде $\Psi_i(x) = \sum_{j=0}^{m_i} C_{ij} x^j$, где $C_{ij} \in R, m_i \in N$, и для выполнения указанных условий решать сеточную задачу линейного программирования

$$L \to \max, \quad \sum_{j=0}^{m} C_j \Phi_{vj}(x_p) - L > 0, \quad \left| \sum_{j=0}^{m} C_j \Phi_{wj}(x_p) \right| - \varepsilon < 0, \tag{2}$$

где $x_l, l = 1, \ldots, N_0$ – узлы равномерной сетки на промежутке I_x, $L \in R$, а вектор констант C_j составлен из коэффициентов C_{ij} всех линейных комбинаций $\Psi_i(x)$ и имеет размерность $m = m_1 + \ldots + m_n + n$.

Теорема. *Для всякой системы* (1) *существуют функция* Ψ, *числа* x_1, x_N, C_{ij}, m *такие, что задача линейного программирования* (2) *имеет решение в некоторой замкнутой ограниченной области* Ω_x.

Литература

1 Черкас, Л.А. Конструктивные методы исследования предельных циклов автономных систем второго порядка (численно-алгебраический подход): моногр. / Л.А. Черкас, А.А. Гринь, В.И. Булгаков. – Гродно: ГрГУ, 2013. – 489 с.