Д. А. Навічкова
(БДУ, Мінск)

ДЫСКРЭТНЫЯ РАЎНАННІ КЛАСА ФУКСА 2-ГА ПАРАДКУ

У [1] апісана пабудова дыскрэтнага аперацыйнага злічэння на мностве паслядоўнасцей. Там жа дэманструецца, як рознасныя раўнанні са сталымі і зменнымі каэфіцыентамі пераўтвараюцца да раўнанняў у алгебры.

Будзем называць дыскрэтнымі раўнаннямі класа Фукса раўнанні, якія ў алгебры ўяўляюць сабой дыферэнцыяльныя раўнанні класа Фукса і маюць развязкі ў выглядзе паслядоўнасцей $x=\{x_0,x_1,\ldots,x_n,\ldots\}$ ці "люстэркавыя" паслядоўнасці $x=\{\ldots,x_{-n},\ldots,x_{-1},x_0\}$.

Разгледзім лінейнае аднароднае рознаснае раўнанне 2-*k*-га парадку з пачатковымі ўмовамі $x_0=x_1=\cdots=x_{k-1}=0$

$$\begin{aligned}&\left(n^2+\lambda_k n\right)x_{n+k}+\left(\gamma_{k-1}n^2+\lambda_{k-1}n+\beta_{k-1}\right)x_{n+k-1}+\cdots+\\&+\left(\gamma_1 n^2+\lambda_1 n+\beta_1\right)x_{n+1}+\left(\gamma_0 n^2+\lambda_0 n+\beta_0\right)x_n=0\end{aligned}. \qquad (1)$$

Паказваецца, што раўнанне (1) з'яўляецца раўнаннем класа Фукса толькі ў двух наступных выпадках:

1) $\lambda_k=k-m,\ m\in\mathbf{N}_0$. Пры гэтым развязак з'яўляецца паслядоўнасцю.

2) $\frac{1}{2}\left(-\frac{\lambda_0}{\gamma_0}\pm\sqrt{\frac{\lambda_0^2}{\gamma_0^2}-4\frac{\lambda_0}{\gamma_0}}\right)\in\mathbf{N}_0^-$. Пры гэтым развязак уяўляе сабой "люстэркавую" паслядоўнасць.

У якасці прыкладу дыскрэтнага раўнання класа Фукса 2-га парадку развязваецца дыскрэтнае гіпергеаметрычнае раўнанне

$$\left(n^2+(1+\gamma)n+\gamma\right)x_{n+1}-\left(n^2+(\alpha+\beta)n+\alpha\beta\right)x_n=0. \qquad (2)$$

Даказваецца шэраг уласцівасцей развязка раўнання (2), якія з'яўляюцца дыскрэтнымі аналагамі ўласцівасцей гіпергеаметрычнага шэрагу.

Літаратура

1. І.Л. Васільеў, Д.А. Навічкова. "Аперацыйнае злічэнне на мностве паслядоўнасцей і яго дастасаванне да рашэння рознасных раўнанняў з пастаяннымі і зменнымі каэфіцыентамі" // Труды 5-й международной конференции "Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений" (AMADE-2009) (Институт математики НАН Беларуси). Т.1. С. 41-45. Минск, 2010г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ