

Н. В. Бусько
 (ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)
**ПРИМЕНЕНИЕ СОСТОЯТЕЛЬНЫХ ОЦЕНОК
 СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА
 ЭРГОДИЧЕСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ
 СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Эргодическим стационарным случайным процессом называется такой процесс, при котором его среднее значение, дисперсия и корреляционная функция, полученные усреднением процесса по множеству реализаций, совпадают со средним значением, дисперсией и корреляционной функцией при усреднении процесса по времени.

Расширенной периодограммой называется периодограмма вида [1]

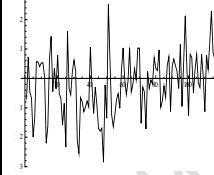
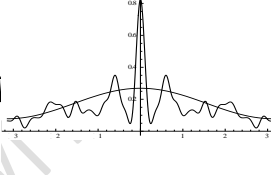
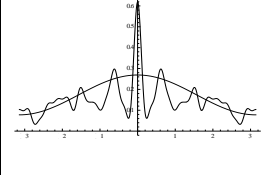
$$I_T^{(h)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi H_2^{(T)}(0)} d_T(\lambda) d_T(-\lambda),$$

где $d_T(\lambda) = \sum_{t=0}^{T-1} h_T(t) X(t) e^{-i\lambda t}$, функция $h_T(t) = h(\frac{t}{T}), h: [0, 1] \rightarrow R$ - функция окна просмотра данных,
 $H_k^{(T)}(\lambda) = \sum_{t=0}^{T-1} (h_T(t))^k e^{-i\lambda t}$,
 $k \in \mathbb{N}, T \in \mathbb{N}$.

Разработаны алгоритмы построения расширенной периодограммы по пересекающимся и непересекающимся интервалам наблюдений в СКА «Mathematica 8.0. Алгоритмы позволяют строить расширенные периодограммы за приемлемое время для рядов длиной до 10000 наблюдений (см. табл. 1).

Использование эргодического стационарного случайного процесса позволяет строить оценки спектральной плотности (в виде расширенной периодограммы), зачастую избавляет исследователей от проведения многочисленных экспериментов, связанных с затратами материальных и временных ресурсов.

Таблица 1. Результаты для процесса скользящего среднего первого порядка MA(1) $T=128$, с параметром $\alpha_1 = 0.3, \varepsilon_t \sim N(0,1), (T_1 = 32)$

		
Реализация процесса	Оценка спектральной плотности расширенной периодограммы, построенной по непересекающимся интервалам наблюдений и теоретическая спектральная плотность ($M = 4$)	Оценка спектральной плотности расширенной периодограммы, построенной по пересекающимся интервалам наблюдений и теоретическая спектральная плотность ($M = 7$)

Оценки, построенные по пересекающимся интервалам наблюдений, являются лучшими по качеству на основе визуального анализа по сравнению с оценками, построенными по непересекающимся интервалам наблюдений. Число наблюдений в интервалах осреднения при построении данных оценок, очевидно, нужно уменьшать, что даст лучшие сглаженные оценки в сравнении с большим числом наблюдений в интервале осреднения.

Литература

1 Труш, Н. Н. Случайные процессы. Преобразование Фурье наблюдений: учеб. пособие / Н.Н. Труш, Е. И. Мирская. – Минск: БГУ, 2000. – 60 с.