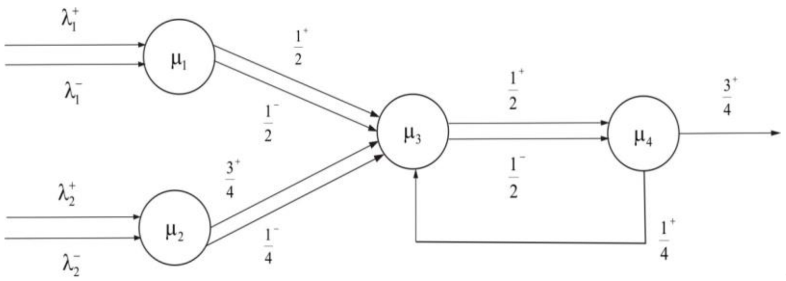
Г. А. Новиков
(ГГУ им.Ф.Скорины)

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКРЫТОЙ СЕТИ ИЗ ЧЕТЫРЕХ УЗЛОВ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗАЯВКАМИ

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из четырех узлов. В каждом узле функционирует единственный прибор, обслуживая заявки с интенсивностью $\mu_i\,(i=1,2,3,4)$.



Обслуживание экспоненциальное. Узлы функционируют независимо друг от друга. В сеть поступает и циркулирует два типа заявок: положительные и отрицательные. Положительная заявка, поступая в узел, увеличивает длину очереди на единицу. Отрицательная заявка, поступая в систему, уменьшает число положительных заявок на единицу, в противном случае заявка исчезает, не оказывая влияния на узел. Обозначим $\lambda^+{}_i\,(i=1,2)$ -интенсивность поступающего пуассоновского потока положительных заявок в узел i, а $\lambda^-{}_i\,(i=1,2)$ -отрицательных. Отрицательные заявки не требуют обслуживания. По завершению обслуживания в i-ом узле заявка направляется в узел j с вероятностью p_{ij}^+ как положительная заявка, p_{ij}^- как отрицательная и с вероятностью p_{i0} покидает сеть. Времена обслуживания заявок в узлах и имеют показательное распределение с параметром $\mu_i\,(i=1,2,3,4)$. Обозначим ε_i^+ и ε_i^- – интенсивности потока, соответственно, положительных и отрицательных заявок, проходящих через i-ый узел.

Для исследования описанной четырехузловой сети массового обслуживания использовалась модель сети Геленбе.

Пусть $n_i(t)$ – число положительных заявок в i-ом узле в момент времени t. Тогда процесс $n(t)=(n_1(t),n_2(t),n_3(t),n_4(t))$, описывающий состояние сети в момент времени t, является марковским.

Для данной модели сети решены уравнения трафика:

$$\varepsilon_1^-=\lambda_1^-,\varepsilon_1^+=\lambda_1^+,\varepsilon_2^-=\lambda_2^-,\varepsilon_2^+=\lambda_2^+,\varepsilon_3^-=\frac{1}{2}\frac{\lambda_1^+\mu_1}{\lambda_1^-+\mu_1}+\frac{1}{4}\frac{\lambda_2^+\mu_2}{\lambda_2^-+\mu_2},$$

$$\varepsilon_3^+=\frac{-(4\varepsilon_3^-\mu_4+3\mu_3\mu_4-4A)+\sqrt{(4\varepsilon_3^-\mu_4+3\mu_3\mu_4-4A)^2+16(A\mu_3\mu_4+A\varepsilon_3^-\mu_4)}}{8}$$

$$\varepsilon_4^-=\varepsilon_4^+=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_3^+\mu_3}{\varepsilon_3^-+\mu_3},\text{где } A=\frac{1}{2}\frac{\lambda_1^+\mu_1}{\lambda_1^-+\mu_1}+\frac{3}{4}\frac{\lambda_2^+\mu_2}{\lambda_2^-+\mu_2}$$

Было составлено уравнение равновесия, найдено условие эргодичности: $\varepsilon_i^+<\mu_i+\varepsilon_i^-\,(i=1,2,3,4)$

Найдено стационарное распределение вероятностей состояний сети:

$$p(n)=\prod_{i=1}^{4}\left(1-\frac{\lambda_i^+\mu_i}{\lambda_i^-+\mu_i}\right)\left(\frac{\lambda_i^+\mu_i}{\lambda_i^-+\mu_i}\right)^{n_i}$$

Литература

1 Gelenbe, E. Product form networks with negative and positive customers // J. Appl. Prob. / E. Gelenbe. – 1991 – V. 28. – P. 656–663.