Н. В. Кондратёнок, М. М. Васьковский
(*гимназия №41 им. Серебряного В.Х., Минск*)
ЦЕПНЫЕ ДРОБИ В ЕВКЛИДОВЫХ КОЛЬЦАХ

Теория цепных дробей была систематически и глубоко разработана в работах Эйлера и Лагранжа 18 века. Цепные дроби играют важную роль в теории диофантовых приближений.

Хорошо известно, что каждое рациональное число единственным образом разлагается в конечную цепную дробь. Но если рассматривать цепные дроби с целыми членами, то рациональное число можно записать многими различными способами в виде конечной цепной дроби.

Основная задача настоящей работы – нахождение необходимых и достаточных условий, при которых заданное рациональное число α можно разложить в обобщённую цепную дробь, имеющую длину, не превосходящую заданного натурального числа k.

Поскольку интерес представляют обобщенные цепные дроби, не имеющие «фиктивных» нулевых членов, то важным представляется исследование вопроса о том, имеются ли среди разложений заданного числа в обобщенную цепную дробь заданной длины k разложения без нулевых членов. Такие разложения называются невырожденными. В настоящей работе получены достаточные условия существования невырожденных разложений.

В настоящей работе исследованы конечные цепные дроби в различных евклидовых кольцах. Получены критерии представимости заданного элемента из поля частных евклидова кольца в виде цепной дроби с длиной, не превосходящей заданного числа. Указана длина кратчайшей цепной дроби для заданного элемента из поля частных и найден способ разложения элемента в кратчайшую цепную дробь.

По результатам исследованийбыли получены следующие основные результаты для цепных дробей в евклидовых кольцах: кольце целых чисел и кольце многочленов:

1) доказаны критерии существования разложения элемента поля частных евклидова кольца в конечную цепную дробь длины, не превосходящей заданного числа;

2) исследовано существование невырожденных разложений в цепную дробь фиксированной длины;

3) найдены оценки и точные формулы для длины кратчайшей цепной дроби для заданного элемента поля частных кольца;

4) получен способ нахождения одного из кратчайших разложений.

5) для случая кольца целых чисел указаны в явном виде элементы, представимые в виде цепной дроби длины, не превосходящей четырёх.