

И. Н. Фенчук
(БрГУ им. А. С. Пушкина, Брест)
О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ
С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА НЕКОТОРЫЕ
МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Исследование разрешимых групп в зависимости от индексов максимальных подгрупп проведено в статье В.С. Монахова [2]. Установлено, что $d(G/\Phi(G)) \leq 3 + m(G)$ для разрешимой группы G , где $m_p(G) = \max\{\log_p |G:M| \mid M <_{\max} G, |G:M| = p^a\}$, $p \in \pi(G)$ и $m(G) = \max_{p \in \pi(G)} m_p(G)$. Здесь запись $H <_{\max} G$ означает, что H – максимальная подгруппа группы G , $d(G)$ – производная длина группы G .

В разрешимой группе с индексами максимальных подгрупп, равными простым числам или квадратам простых чисел, $m(G)=2$, а следовательно $d(G/\Phi(G)) \leq 5$. В разрешимой группе с индексами максимальных подгрупп, равными простым числам, квадратам простых чисел или кубам простых чисел, $m(G)=3$, а следовательно, $d(G/\Phi(G)) \leq 6$.

В работе В.С. Монахова [3] показано, что в определениях функций $m_p(G)$ и $m(G)$ можно ограничиться только максимальными подгруппами, не содержащими подгруппу Фиттинга. Поэтому верхние оценки производной длины не изменятся, если подобные ограничения накладывать на максимальные подгруппы, не содержащие подгруппу Фиттинга. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть G – разрешимая группа, у которой индексы максимальных подгрупп, не содержащих подгруппу Фиттинга, равны простым числам, квадратам простых чисел или 27. Тогда производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 5, а нильпотентная длина группы G не превышает 4.

Литература

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов // Минск: Вышэйшая школа, 2006.
2. Монахов, В.С. Об индексах максимальных подгрупп конечных разрешимых групп / В.С. Монахов // Алгебра и логика. – 2004. – Т. 43, №4. – С.411-424.
3. Монахов, В.С. Замечания о максимальных подгруппах конечных групп / В.С. Монахов // Доклады АН Беларуси. – 2003. – Т. 47, № 4. – С. 31 – 33.