УДК 535.89

МОДУЛЯТОР МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СВЕТА

М. П. Чайка

Показывается, что постоянный во времени по интенсивности монохроматический свет можно превратить в модулированный с сохранением средней интенсивности света. При этом эффективность модуляции может значительно превышать единицу. Приводится несколько примеров формы модулированного излучения, рассчитанных для ряда значений параметров модулятора.

Отражение от оптического резонатора или интерферометра Фабри—Перо зависит от коэффициентов отражения зеркал и от оптической длины резонатора. Однако, если одно из зеркал двухзеркальной интерферометрической системы полностью отражает свет ($r=1$), то коэффициент отражения всей системы также равен единице, независимо от длины резонатора (имеются в виду системы, параметры которых не зависят от времени). Близость же резонатора к резонансу, т. е. его длины к целому числу длин волн λ, скажется только на запасенной внутри резонатора энергии светового поля: чем ближе к резонансу, тем она выше. Такими же свойствами обладают многозеркальные системы (пример приведен на рис. 1), в которых все зеркала, кроме входного, полностью отражают свет. Пример системы другого типа представлен на рис. 2. Такие системы, если свет пропускает только входное зеркало, а коэффициент отражения остальных равен единице, замечательны тем, что в стационарном режиме полностью пропускают свет. Заключенная между зеркалами энергия светового поля, так же как и в системах предыдущего типа, зависит от расстройки относительно резонанса. Предполагается, что зеркала не поглощают света.

Изменение во времени оптической длины резонатора (при более строгом подходе такую систему уже нельзя считать резонатором) повлечет за собой и изменение запасенной внутри резонатора энергии: она будет либо накопляться, либо испускаться. В обоих случаях это приведет к изменению интенсивности отраженного от резонатора света, так как общий поток света должен сохраняться.

Соображений, основанных на законе сохранения энергии и зависимости напряженности поля внутри резонатора от его настройки в стационарном режиме, достаточно, чтобы предсказать модуляцию отраженного света при изменении параметров резонатора, но на их основании нельзя оценить ни глубину модуляции, ни спектральный состав отраженного света, ни, что то же самое, зависимость интенсивности света от времени, так как систему зеркал, параметры которой быстро меняются, нельзя рассматривать как резонатор.

Чтобы сделать какие-то выводы относительно характеристик отраженного света, необходимо провести количественное рассмотрение.

Поставленная задача аналогична задаче о пропускании интерферометра Фабри—Перо при движущихся зеркалах и многим лазерным задачам с переменными параметрами резонатора. Обычно они решаются для стационарного случая, т. е. для резонатора с постоянными во времени параметрами, а затем исследуется зависимость от оптической длины резонатора. Полученные решения справедливы только если период модуляции много больше времени установления равновесия в резонаторе.

К настоящей задаче такой подход не применим. Действительно, для систем, оговоренных выше, отражение равно единице независимо от величин всех остальных параметров, в том числе и от длины резонатора. Очевидно, что вариация длины резонатора никакой модуляции выходного сигнала не дает. Модуляция интенсивности выходного луча появляется при больших частотах модуляции оптической длины системы зеркал, именно при тех частотах, при которых нельзя использовать решения, опирающиеся на стационарный режим.

К задаче можно подойти как с позиций спектрального, так и с позиций временного представления. Использование спектрального представления в задаче с движущимися зеркалами кажется на первый взгляд более перспективным, однако в данной задаче недостаточно получить амплитуды спектральных гармоник, нужно знать еще и их фазы, и именно здесь встречаются трудности. Во временном же представлении задачу удалось решить. Правда, ответ получен в неудобном для анализа виде, но некоторые заключения можно сделать.

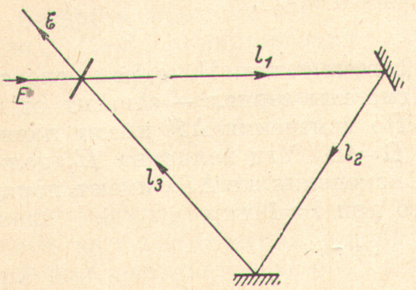


Рис. 1. Система зеркал, отражающая свет.

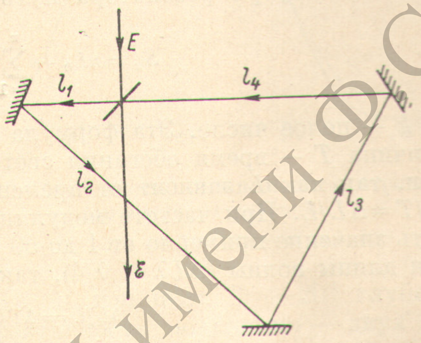


Рис. 2. Система зеркал, пропускающая свет.

Рассмотрим отражение от системы, состоящей из зеркал, числом не менее двух. На рис. 1 изображен пример такой системы: число зеркал не имеет значения, три зеркала выбраны только из соображений простоты (при двух зеркалах отраженный луч идет навстречу падающему, что неудобно для изображения на рисунке). Пусть зеркала плоские и на систему падает плоская монохроматическая волна с постоянной во времени амплитудой E. Явлениями дифракции, несовершенством зеркал и юстировки пренебрежем. Введем следующие обозначения: $\tilde{r}$ — амплитудный коэффициент отражения входного зеркала 1 при падении света извне, r_1 — то же, но при падении света изнутри системы (если τ принять вещественным, тогда $\tilde{r}=-r_1=r$), τ — амплитудный коэффициент пропускания входного зеркала, $L=\Sigma l_i/\lambda$ — оптическая длина системы, выраженная в числе длин волн, δL — дробная часть L, $\mathcal{E}_n$ — амплитуда луча, обошедшего систему n раз и вышедшего из нее, $T=L\lambda/c$ — время обегания светом системы зеркал, Ω — частота модуляции оптической длины системы, $R=\prod_n r_n$ — произведение амплитудных коэффициентов отражения всех зеркал при падении света изнутри системы.

Амплитуда отраженного от системы света находится сложением амплитуд всех лучей

$$\mathcal{E}=\sum_{n=0}^{\infty}\mathcal{E}_n. \tag{1}$$

Найдем $\mathcal{E}_n$

$$\mathcal{E}_0=\tilde{r}E \tag{2}$$

$$\mathcal{E}_n=E\tau^2\frac{1}{r_1}R^n e^{-2\pi i S_n}, \tag{3}$$

S_n — длина пути выбранного луча внутри системы зеркал. При неподвижных зеркалах $S_n=nL$ и для интенсивности отраженного света получается хорошо известная формула, которая при r вещественном имеет вид

$$\left|\frac{\mathcal{E}}{E}\right|^2 = r^2 + \tau^2 \frac{\frac{R^2\tau^2}{r^2} + 2R^2 - 2R\cos 2\pi L}{1 + R^2 - 2R\cos 2\pi L}. \tag{4}$$

Легко проверить, что при полном отражении от всех зеркал, кроме входного (т. е. при $R=r_1$), и отсутствии потерь во входном зеркале ($r^2+\tau^2=1$) отражение от системы зеркал полное и не зависит от длины системы L : $|\mathcal{E}/E|^2=1$.

Пусть теперь оптическая длина L является периодической функцией времени

$$L = L_0 + \Delta L \cos \Omega t. \tag{5}$$

Тогда n-й луч, выходящий в момент времени $t=t'+cl'$ из системы,[1] пробегает внутри резонатора путь S_n

$$S_n = nL_0 + \sum_{k=1}^{n} \Delta L \cos \Omega\,(t - kT), \tag{6}$$

где k — целое число. Эта формула не совсем точна. На самом деле сама величина T — время обегания светом системы зеркал — зависит от времени, так как L зависит от времени. Но изменения ΔT имеют порядок $\Delta T/T=\Delta L/L$. При частоте модуляции $\Omega=100$ Мгц величина $L\lambda$ должна иметь значение примерно от 1 до 50 см, изменения же $\Delta L\lambda$ имеют порядок доли длины волны ($\Delta L\lambda \leqslant \lambda/4$), так что при $\lambda=1$ мкм

$$\Delta L/L = \Delta T/T \leqslant 3\cdot 10^{-5}. \tag{7}$$

Поэтому T под знаком косинуса будем считать величиной постоянной. Складывая все $\mathcal{E}_n$, получим амплитуду отраженного от системы света

$$\mathcal{E} = E\left\{\tilde{r} + \frac{\tau^2}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty} R^n\left[\cos 2\pi\left(nL_0 + \Delta L \sum_{k=1}^{n} \cos \Omega\,(t' - kT)\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + i \sin 2\pi\left(nL_0 + \Delta L \sum_{k=1}^{n} \cos \Omega(t' - kT)\right)\right]\right\}. \tag{8}$$

При произвольной зависимости оптической длины от времени $L\,(t)$ интенсивность отраженного света

$$\left|\frac{\mathcal{E}}{E}\right|^2 = \left|\tilde{r} + \frac{\tau^2}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty} R^n \exp\left[-2\pi i \sum_{k=1}^{n} L\,(t' - kT)\right]\right|^2. \tag{9}$$

Если в этой формуле поменять местами r и τ, то она будет описывать системы типа, изображенного на рис. 2.

В этой задаче интересна прежде всего интенсивность отраженного света $|\mathcal{E}|^2$ как функция времени. Эта функция параметрически зависит от многих величин: от коэффициента отражения и пропускания зеркал $\tilde{r}$, τ, r_1, R, от отклонения оптической длины от целого числа $\delta L=L_0-N$, от глубины модуляции $2\pi\Delta L$ и от соотношения между временем T и частотой модуляции Ω.

Ряд (8) суммируется аналитически, если $\Omega T=2\pi/N$ или $\Omega T=2\pi N$, где N — целое число. Случай $\Omega T=2\pi N$ не интересен, так как выражение для $|\mathcal{E}/E|^2$ принимает вид (4) и в частном случае полностью отражающих

---

[1] l' — расстояние от выходного зеркала до места расположения фазового модулятора (например, подвижного зеркала или электрооптического кристалла).

зеркал всех, кроме входного ($R=r_1$), отражение системы во все моменты времени равно единице, т. е. никакой модуляции отраженного света нет.

Для $\Omega T=\pi$ суммирование в формуле (8) приводит к выражению для $\mathcal{E}/E$

$$\frac{\mathcal{E}}{E}=r+\frac{\tau^2}{r_1}\frac{R^2e^{-4\pi iL_0}+Re^{-2\pi i(L_0-\Delta L\cos\Omega t')}}{1-R^2e^{-4\pi iL_0}}. \tag{10}$$

При $\Omega T=2\pi/N$, где $N>2$, формулы становятся еще более громоздкими и еще менее удобными для анализа. Кроме того, они дают возможность вычислить отражение лишь для ограниченного числа значений ΩT. Поэтому удобнее обратиться к результатам численных расчетов.

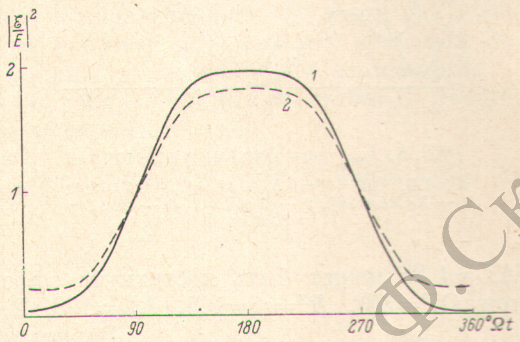


Рис. 3. Зависимость интенсивности отраженного света от времени.

$R^2=r^2=0.5$, $\tau^2=0.5$, $\Omega T=\pi$, $\Delta L=1/4$.

В основной серии расчетов принято, что модуляция оптической длины системы косинусоидальна, что $r^2+\tau^2=1$ и $R=r_1$, т. е. потерь в зеркалах нет.

Рис. 3—5 характеризуют модуляцию отраженного света при $\Omega T=\pi$. Закрепленные параметры имеют значения: $R^2=r^2=0.5$ и $\tau^2=0.5$. Рис. 4 показывает, что глубина и эффективность модуляции зависят от дробной части оптической длины пути δL и при $2\pi\delta L=+20°$ глубина модуляции достигает единицы, а эффективность модуляции — двух

$$F=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\text{пад}}}=2.$$

Расчеты для других $R^2=r^2>0.2$ показывают, что эффективность $F=2$ также может быть получена, но каждый раз при другом значении дробной части δL.

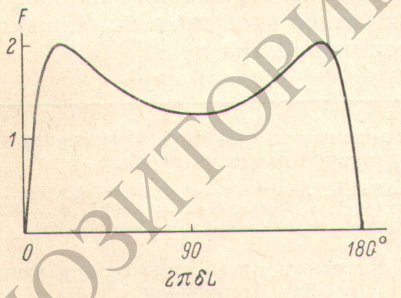


Рис. 4. Зависимость эффективности модуляции отраженного света от дробной части L, т. е. от $2\pi\delta L$.

$R^2=r^2=0.5$, $\tau^2=0.5$, $\Omega T=\pi$, $\Delta L=1/4$.

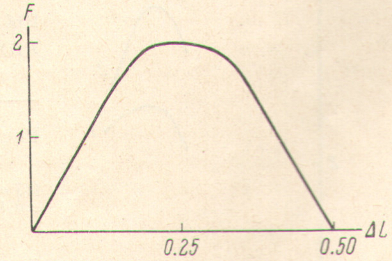


Рис. 5. Зависимость эффективности модуляции отраженного света от амплитуды модуляции ΔL.

$R^2=r^2=0.5$, $\tau^2=0.5$, $\Omega T=\pi$, $2\pi\delta L=20°$.

Эта функция имеет 4 максимума при изменении длины зеркальной системы на λ. Она зависит также от R, с увеличением R ее максимумы сужаются и сдвигаются. Заметим, что приведенные на рис. 3 и 4 результаты рассчитаны для $2\pi\Delta L=\pi/2$, т. е. для очень большой амплитуды модуляции: $\lambda/4$. Эффективность и глубина модуляции интенсивности отраженного света зависят от $2\pi\Delta L$. Для $R^2=0.5$ эта зависимость представлена на рис. 5.

Более интересные результаты получаются для меньших значений ΩT (рис. 6 и 7). Они показывают, что при меньшей амплитуде модуляции

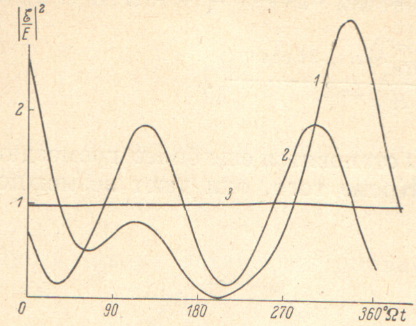


Рис. 6. $I_{\text{отр.}}$ как функция времени.

$\tau^2=0.5$, $R^2=r^2=0.5$, $\Delta L={}^1/_8$, $\Omega T=30°$; 1 — $2\pi\Delta L=20°$, 2 — $2\pi\delta L=0$, 3 — $2\pi\delta L=200°$.

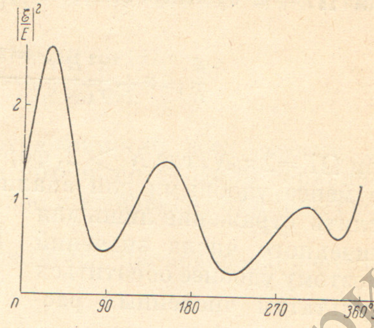


Рис. 7. $I_{\text{отр.}}$ как функция времени.

$R^2=r^2=0.5$, $\tau^2=0.5$, $\Delta L={}^1/_8$, $2\pi\delta L=20°$, $\Omega T=15°$.

($\Delta L=1/8$) может быть достигнута эффективность больше 2. Например, при $\Omega T=30°$, $R^2=r^2=0.5$, $\Delta L=1/8$, $2\pi\Delta L=+20°$ эффективность $F=3$. Зависимость интенсивности от времени далека от косинусоидальной, при $\Omega T=30°$ она имеет два максимума, основной и дополнительный, за один период модуляции $2\pi/\Omega$. При другой длине системы $2\pi\delta L=200°$ оба максимума имеют равную величину, т. е. модуляция происходит на двойной частоте. И, наконец, можно выбрать длину системы так, что отраженный свет не модулирован ($2\pi L=360°\,N$, т. е. $\delta L=0$). При $\Omega T=15°$ форма сигнала еще сложнее, но эффективность остается высокой (рис. 7).

Рис. 8 демонстрирует зависимость $I_{\max}$ от коэффициента отражения r^2. Изображены только верхушки кривых. Каждая из них максимизирована по L_0.

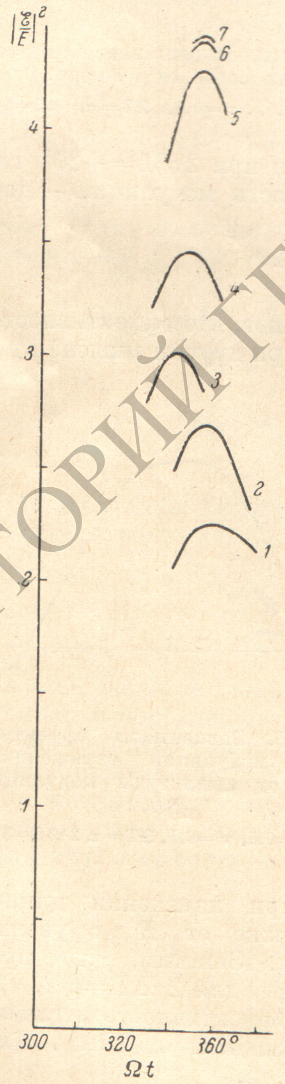
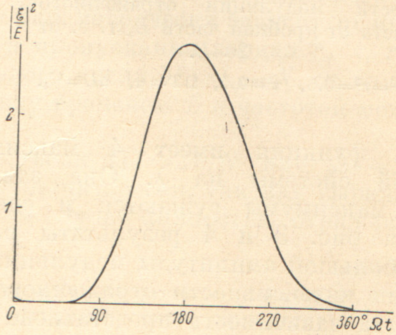


Рис. 8. Зависимость $I_{\max}$ от коэффициента отражения входного зеркала.

$\Omega T=30°$, $\Delta L={}^1/_8$, $R^2=r^2=1-\tau^2$; 1 — $r^2=0.3$, 2 — $r^2=0.4$, 3 — $r^2=0.5$, 4 — $r^2=0.6$, 5 — $r^2=0.8$, 6 — $r^2=0.9$, 7 — $r^2=0.95$.

Рис. 9. Зависимость интенсивности отраженного света от времени.

$R^2=r^2=0.5$, $\tau^2=0.5$, $\Delta L=0.3$, $\Omega T=160°$.



На рисунках не приведены результаты расчетов с учетом потерь. Они снижают интенсивность отраженного света, но даже при довольно значительных потерях эффективность модуляции еще остается высокой. Так, например, при $\Omega T=30°$, $r^2=0.5$, $r^2+\tau^2=0.95$ и энергетических коэффициентах отражения двух «глухих» зеркал, равных 0.95, интенсивность отраженного света в максимуме такая же, как в системе без потерь, но с $r^2=0.3$.

Зависимость эффективности модуляции F от ΔL также сильно видоизменяется при переходе к меньшим ΩT. Так, например, при $\Omega T=15°$, $r^2=R^2=0.7$ и $\tau^2=0.3$, при изменении ΔL в три раза (от 1/8 до 1/24) интенсивность отраженного света в максимуме падает меньше, чем в полтора раза.

На рис. 9 приведены результаты расчетов для нецелых значений N. Эти кривые отличаются большей плавностью и наличием асимметрии.

Автор благодарен П. Н. Занадворову за ряд ценных советов и Е. Д. Мищенко за помощь при составлении программы.

Поступило в Редакцию 13 февраля 1975 г.
