М. С. Якимец
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА С ДОХОДАМИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ОБРАЗОВАНИИ

Рассматриваются цепи Маркова с непрерывным временем и конечным числом состояний. Результаты применены при анализе модели ГрГУ имени Янки Купалы. Используя методы определения ожидаемых доходов в марковской цепи, можно прогнозировать доходы и расходы университета. Доходы университету в течение определённого интервала времени t приносят, в основном, платные студенты. Расходы университет получает от отчисления студентов, расходов на заработную плату, командировки, коммунальные услуги, услуги связи и т.д.

Решалась следующая система линейных неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\overline{v_G}(t) = K^{n+1}\frac{1}{V_G}\int\int\underset{G_\tau}{\dots}\int\left[\overline{r_0}(x) + \sum_{i=1}^{n_1}\lambda_i\bar{r}(x+l_i,t) - \sum_{i=1}^{n}\mu_i u(x_i)\bar{R}(x-l_i,t)\right]dx\,, \quad (1)$$

где состояние некоторой системы S (университета) в момент времени t описывается вектором: $k(t)=(k,t)=(k_1,\ k_2,\dots,\ k_n,\ t)$, $k_i=\overline{0,\ K_i}$, $i=\overline{1,\ n}$, $\overline{v_G}(t)$ – среднее по x значение дохода при условии изменения начального состояния в области $G=\left\{x=\left(x_1,x_2,\dots,x_n\right): x_i\geq 0, \sum_{i=1}^{n} x_i=1\right\}$, V_G – полный ожидаемый доход в области G, l_i – n-вектор с нулевыми компонентами, за исключением компоненты с номером i, $r_0(k)$ – доход за единицу времени в течение всего периода пребывания системы в состоянии k, $r_0(xK)=\overline{r_0}(x)K$, $r(k+l_i,t)$ –доход системы S за время $\Delta(t)$, совершающая переход из состояния (k,t) в состояние $r(k+l_i,t+\Delta t)$, $r(xK,t)=\bar{r}(x,t)K$. При переходе из состояния (k,t) в состояние $r(k-l_i,t+\Delta t)$, доход системы равен $-R(k-l_i,t)$, $R(xK,t)=\bar{R}(x,t)K$. Компоненты вектора k разбиты на две части: от 1 до n_1 и от n_1+1 до n. $u(k_i)=\begin{cases}1, k_i>0,\\ 0<k_i=0\end{cases}$ – функция Хевисайда. Интервалы времени, между которыми компонента k_i увеличивает свое значение на 1, распределены по показательному закону с параметром $\lambda_i, i=\overline{1,n_1}$; интервалы времени между уменьшением значений k_i на 1 распределены по показательному закону с параметром $\mu_i, i=\overline{1,n}$.