Н. А. Галов
(БелГУТ, Гомель)

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ НА ОСНОВАНИИ ПАСТЕРНАКА

Постановка задачи проводится в цилиндрической системе координат r, φ, z; через h_k обозначена относительная толщина k-го слоя. Для изотропных несущих слоев, толщиной h_1, h_2, приняты гипотезы Кирхгофа. В жестком несжимаемом по толщине заполнителе ($h_3 = 2c$) учитывается работа напряжений σ_{rz} в тангенциальном направлении. Вертикальная нагрузка $q(r)$ распределена по внешней поверхности пластины (рис. 1). На границах слоев перемещения непрерывны. На внешнем контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев.

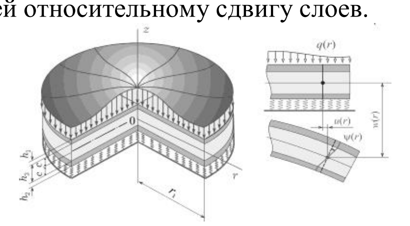

Рисунок 1 – Расчетная схема трехслойной пластины

В силу симметрии нагрузки тангенциальные перемещения в слоях отсутствуют: $u_\varphi^{(k)} = 0$ (k – номер слоя), а прогиб пластины, относительный сдвиг в заполнителе и радиальное перемещение координатной плоскости не зависят от координаты φ, т. е. $u(r)$, $\psi(r)$, $w(r)$. В дальнейшем эти функции считаются искомыми.

Реакцию основания Пастернака рассматриваем в следующем виде:

$$q_r = \kappa_0 w - t_f \Delta w + m_f \ddot{w}, \quad \Delta g = g,_{rr} + \frac{g,_r}{r},$$

где t_f – сдвиговой коэффициент жесткости основания.

Из вариационного принципа Лагранжа получим в перемещениях следующую систему дифференциальных уравнений, описывающую изгиб пластины:

$$L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w,_r) = 0, \; L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w,_r) = 0,$$

$$L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w,_r) + t_f \Delta w - \kappa_0 w = -q,$$

где операторы L_1, L_2, L_3, L_4 и коэффициенты a_i приведены в [1].

Литература

1. Старовойтов Э.И. Деформирование трехслойных элементов конструкций на упругом основании / Э.И. Старовойтов, А.В. Яровая, Д.В. Леоненко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 379 с.