

Е. П. Кечко, Д. С. Кузьменков
 (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
КВАЗИДЕКОМПОЗИЦИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ
МАТРИЦЫ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМ ПРОЦЕССОМ В СТЕРЖНЕ
С ТЕПЛООБМЕНОМ НА ДВУХ КОНЦАХ

В классе дискретных управляющих воздействий $u_1(\cdot), u_2(\cdot)$ рассматривается задача оптимального управления нагревом стержня. Аппроксимируя ее методом прямых, заменяя уравнение в частных производных системой ОДУ, задача сведется к интервальной задаче ЛП вида:

$$J(u_1, u_2) = \sum_{t \in T_h} (u_1(t) + u_2(t)) \rightarrow \min, \tilde{g}_* \leq \sum_{t \in T_h} (d_{u_1}(t)u_1(t) + d_{u_2}(t)u_2(t)) \leq \tilde{g}^*, \quad (1)$$

$$u_1(t) \in U_1, u_2(t) \in U_2, t \in T_h,$$

$$\text{где } \tilde{g}_{*k} = g_{*k} - \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n f(s_i, t^*; s_j, t_*) x_0(s_j) - y(s_i) \right] \varphi_k(s_i),$$

$$\tilde{g}_k^* = g_k^* - \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n f(s_i, t^*; s_j, t_*) x_0(s_j) - y(s_i) \right] \varphi_k(s_i), d_{u_1}(t) = \sum_{i=1}^n f_{u_1}(s_i, t^*; s_1, t) \varphi_k(s_i), d_{u_2}(t) = \sum_{i=1}^n f_{u_2}(s_i, t^*; s_n, t) \varphi_k(s_i), t \in T_h, k = \overline{1, m},$$

$$f_{u_1}(s_i, t; s_1, \tau) = -h_s \bar{a}^2 \mu \int_{\tau}^{\tau+h_s} f(s_i, t; s_1, \xi) d\xi, f_{u_2}(s_i, t; s_n, \tau) = h_s \bar{a}^2 \eta \int_{\tau}^{\tau+h_s} f(s_i, t; s_n, \xi) d\xi, t, \tau \in T_h, \bar{a}^2 = a^2/h_s^2, s_i = ih_s,$$

$$h_s = l/(n-1), T_h = \{t_*, t^* + h_s, \dots, t^* - h_s\}.$$

При оптимальном управлении системой (1) в реальном времени для больших значений n большую роль играет быстрое нахождение значений $d_{u_1}(t), d_{u_2}(t), t \in T$. Процедура квазидекомпозиции позволяет интегрирование системы порядка n заменить на параллельное интегрирование q^* систем порядка $m, m \ll n$. При достаточно точной аппроксимации математической модели объекта управления, процедура квазидекомпозиции помогает преодолеть трудности, возникающие при реализации двойственного метода решения задачи (1).

Для построения квазидекомпозиции фундаментальной матрицы решений её значения $f_{i,q(m+1)+1}(t), i = \overline{1, n}, q = \overline{0, q^*}$, были представлены интерполяционными многочленами Лагранжа $p(t), t \in T$, степени P на интервалах $[t_* + (\tau-1)h_s, t_* + \tau h_s], \tau = \overline{1, \tau^*}, h_s = (t^* - t_*)/\tau^*$.

Была написана программа, реализующая процедуру квазидекомпозиции фундаментальной матрицы решений задачи оптимального управления нагревом стержня.