

Е. Н. Мысловец
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ФАКТОРИЗУЕМЫХ ГРУПП

Рассматриваются только конечные группы. В 1953 году Хупперт [1] привел пример несверхразрешимой группы, являющейся произведением своих двух сверхразрешимых нормальных подгрупп. В 1971 году Фрисен [2] доказал сверхразрешимость группы $G = AB$, где A и B – нормальные сверхразрешимые подгруппы в G , имеющие взаимно простые индексы.

В 1988 году В.А. Ведерниковым [3] было введено понятие c -сверхразрешимой группы. Группа называется c -сверхразрешимой, если она обладает главным рядом, все факторы которого изоморфны простым группам. Ясно, что всякая сверхразрешимая группа является c -сверхразрешимой группой. В работе [4] А.Ф. Васильев и Т.И. Васильева распространили результат Фрисена на c -сверхразрешимые группы.

В работе [5] было предложено еще одно обобщение сверхразрешимости групп – понятие w -сверхразрешимой. Напомним [5], что группа называется w -сверхразрешимой, если любая силовская подгруппа группы G является \mathbf{P} -субнормальной в G . В [5] доказано, что класс wU – класс всех w -сверхразрешимых групп, – является разрешимой насыщенной формацией и группа, представляемая в произведение своих двух w -сверхразрешимых нормальных подгрупп с взаимно простыми индексами будет w -сверхразрешимой группой.

Напомним [6], что группа $G = AB$ называется произведением взаимно перестановочных подгрупп A и B , если A перестановочна с любой подгруппой из B , а B перестановочна с любой подгруппой из A .

В настоящей работе исследовано произведение $G = AB$ взаимно перестановочных c -сверхразрешимых подгрупп A и B с взаимно простыми индексами в G . Для этого мы введем понятие, обобщающее одновременно понятия c -сверхразрешимой и w -сверхразрешимой группы.

Определение. Будем говорить, что группа G является sw -сверхразрешимой группой, если ее каждый неабелевый главный фактор изоморфен простой группе, а каждый абелевый главный фактор H/K wU -централен, то есть $[H/K](G/C_G(H/K)) \in wU$.

Теорема. Пусть $G = AB$, где A и B – взаимно перестановочные c -сверхразрешимые подгруппы, причем $(G:A), (G:B) = 1$. Тогда G sw -сверхразрешима.

Литература

- 1 Huppert, B. Monomiale Darstellung endlicher Gruppen / B. Huppert. // Nagoya Math. J. – 1953. – V. 6. – S. 93–94.
- 2 Frisen, D.K. Products of Normal Supersolvable Subgroups / D.K. Frisen // Proceedings of the American Mathematical Society. – September, 1971. – V. 30, №1. – P. 46–47.
- 3 Ведерников В.А. О некоторых классах конечных групп / В.А. Ведерников // Докл. АН БССР. – 1988. – Т. 2, №10. – С. 872–875.
- 4 Васильев А.Ф. О конечных группах, у которых главные факторы являются простыми группами / А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева // Изв. вузов. Сер. Математика. – 1997. – Т. 426, №11. – С. 10–14.
- 5 Васильев, А.Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А.Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сибирский математический журнал. – Ноябрь-декабрь, 2010. – Т. 51, №6. – С. 1270–1281.
- 6 Ballester-Bolinches, A. Products of Finite Groups / A. Ballester-Bolinches, R. Esteban-Romero, M. Asaad // De Gruyter expositions in mathematics, 53. – Walter de Gruyter, 2010. – 334 p.