

**А. В. Мельникова, Г. Л. Карасёва**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)  
**ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
С НЕФИКСИРОВАННЫМ КОНЕЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ**

Рассмотрим линейную задачу оптимального управления:

$$\begin{aligned} J(u) &= c'x(t) \rightarrow \max, \\ x(t+1) &= Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0, \\ g_* &\leq Hx(t) \leq g^*, \\ f_*(t) &\leq u(t) \leq f_*(t), \quad t \in T = \{0, 1, \dots, t^* - 1\} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R$ ,  $t \in T$ ;  $A \in R^{n \times n}$ ;  $H \in R^{m \times n}$ ,  $\text{rank} H = m$ ;  $c$ ,  $b$ ,  $g_*$ ,  $g^*$  – заданные векторы соответствующих размеров,  $f_*(t)$ ,  $f_*(t)$ ,  $t \in T$  – заданные функции;

Понятия допустимого, оптимального, субоптимального управлений и соответствующих им траекторий вводятся стандартно.

Задача (1) эквивалентна задаче

$$\begin{aligned} \sum_{t \in T} c(t)u(t) &\rightarrow \max, \\ \bar{g}_* &\leq \sum h(t)u(t) \leq \bar{g}^*, \\ f_*(t) &\leq u(t) \leq f_*(t), \quad t \in T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $c(t) = c'F(t^*, t)b$ ,  $h(t) = HF(t^*, t)b$ ,  $\bar{g}_* = g_* - HF(t^*, -1)x_0$ ,  $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*, -1)x_0$ ,  $F(t^*, t)$  – фундаментальная матрица решений системы  $x(t+1) = Ax(t)$ .

Опорой задачи (1) назовём совокупность  $K_{оп} = \{I_{оп}, T_{оп}\}$  двух множеств  $I_{оп} \in I$ ,  $T_{оп} \in T$ ,  $|I_{оп}| = |T_{оп}|$ , для которой матрица  $P_{оп} = (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b, t \in T_{оп})$  неособая.

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = - \sum_{t \in T_H} \Delta(t) \Delta u(t) + \sum_{s \in I_{оп}} v(s) \omega(s),$$

где

$$\begin{aligned} \omega(I_{оп}) &= (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_{оп}) (\Delta u(t), t \in T_{оп}) \\ &+ (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_H) (\Delta u(t), t \in T_H); \\ \omega_*(I_{оп}) &\leq \omega(I_{оп}) \leq \omega^*(I_{оп}); \quad T_H = T \setminus T_{оп} \end{aligned}$$

где  $\Delta u(t) = \bar{u}(t) - u(t)$ ,  $t \in T$  – приращение управления.

Сформулирован критерий оптимальности для задачи (2).