

А. В. Мельникова, Г. Л. Карасёва
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
**ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
С НЕФИКСИРОВАННЫМ КОНЕЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ**

Рассмотрим линейную задачу оптимального управления:

$$\begin{aligned} J(u) &= c'x(t) \rightarrow \max, \\ x(t+1) &= Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0, \\ g_* &\leq Hx(t) \leq g^*, \\ f_*(t) &\leq u(t) \leq f^*(t), \quad t \in T = \{0, 1, \dots, t^* - 1\} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $t \in T$; $A \in R^{n \times n}$; $H \in R^{m \times n}$, $\text{rank} H = m$; c , b , g_* , g^* – заданные векторы соответствующих размеров, $f^*(t)$, $f_*(t)$, $t \in T$ – заданные функции;

Понятия допустимого, оптимального, субоптимального управлений и соответствующих им траекторий вводятся стандартно.

Задача (1) эквивалентна задаче

$$\begin{aligned} \sum_{t \in T} c(t)u(t) &\rightarrow \max, \\ \bar{g}_* &\leq \sum h(t)u(t) \leq \bar{g}^*, \\ f_*(t) &\leq u(t) \leq f^*(t), \quad t \in T, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c(t) = c'F(t^*, t)b$, $h(t) = HF(t^*, t)b$, $\bar{g}_* = g_* - HF(t^*, -1)x_0$, $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*, -1)x_0$, $F(t^*, t)$ – фундаментальная матрица решений системы $x(t+1) = Ax(t)$.

Опорой задачи (1) назовём совокупность $K_{оп} = \{I_{оп}, T_{оп}\}$ двух множеств $I_{оп} \in I$, $T_{оп} \in T$, $|I_{оп}| = |T_{оп}|$, для которой матрица $P_{оп} = (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b, t \in T_{оп})$ неособая.

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = - \sum_{t \in T_H} \Delta(t) \Delta u(t) + \sum_{s \in I_{оп}} v(s) \omega(s),$$

где

$$\begin{aligned} \omega(I_{оп}) &= (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_{оп}) (\Delta u(t), t \in T_{оп}) \\ &+ (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_H) (\Delta u(t), t \in T_H); \\ \omega_*(I_{оп}) &\leq \omega(I_{оп}) \leq \omega^*(I_{оп}); \quad T_H = T \setminus T_{оп} \end{aligned}$$

где $\Delta u(t) = \bar{u}(t) - u(t)$, $t \in T$ – приращение управления.

Сформулирован критерий оптимальности для задачи (2).