Ю. В. Буяльская
(БГУ, Минск)

**КОНСЕРВАТИВНЫЙ ПСЕВДО-СПЕКТРАЛЬНЫЙ
МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ОПТОВОЛОКОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ**

Математическая модель оптоволоконного усилителя может быть определена в виде двухточечной краевой задачи для системы обезразмеренных обыкновенных дифференциальных уравнений вида [1,2]:

$$M\frac{dE}{dz} = -[\gamma - G(E)]E\,,\ -1<z<1, \qquad (1)$$

где $E=(E_1,E_2,\ldots E_n)^T$, E_k – комплексные огибающие амплитуды волн, M – диагональная матрица с элементами $\{M_{kk}\}=\pm1$, знак которых определяется направлением распространения соответствующей волны, G(E) – матрица, определяющая характер взаимодействия волн $\{G_{km}\} = g_{km}E_m^*E_k$, коэффициенты усиления $g_{km} = -g_{mk}$ зависят от разности частот волн $\omega_k - \omega_m$, γ – коэффициент поглощения. Краевые условия для системы (1) задаются в соответствии с направлением распространения волн.

Для решения задачи (1) широко используются псевдо-спектральные методы на основе полиномов Чебышева[3], обеспечивающие высокую точность на достаточно грубых сетках.

Дискретизация системы (1) на сетке узлов Чебышева $z_j = \cos\dfrac{j\pi}{N-1}$, $j=\overline{0,N-1}$ приводит к системе N·n нелинейных алгебраических уравнений

$$(D+\gamma - G(E))E = F\,, \qquad (2)$$

где D – блочно-диагональная матрица, блоки которой образованы из матрицы спектрального дифференцирования Чебышева [4], умноженной на соответствующий элемент $\{M_{kk}\}$, G – блочная матрица, блоки которой диагональные матрицы $\{G_{km}\} = g_{km}diag\left(E_m^*(z_j)E_k(z_j)\right)$. Первая или последняя строка матриц D и G модифицируются в соответствии с краевыми условиями задачи. Вектор F определяется краевыми условиями.

Для решения системы нелинейных уравнений (2) часто используют метод Ньютона [3]. В этом случае основная проблема связана с выбором подходящего начального приближения, от которого существенно зависит сходимость итераций. Для устранения проблемы сходимости предлагается использовать консервативный итерационный метод вида [5]:

$$(D+\gamma - G(\overset{s}{E}))\overset{s+1}{E} = F\,,\quad \sum_{k=1}^{n}\left|\overset{s+1}{E}\right|^2 = const\,. \qquad (3)$$

Основное преимущество итерационного метода (3) заключается в том, что в широком диапазоне входных параметров он сходится при стандартном нулевом начальном приближении и демонстрирует высокую скорость сходимости (от 10 до 50 итераций при усилении 10÷40dB) в отличие от метода Ньютона. Результаты численных экспериментов с использованием предложенных методик представлены на рисунке:

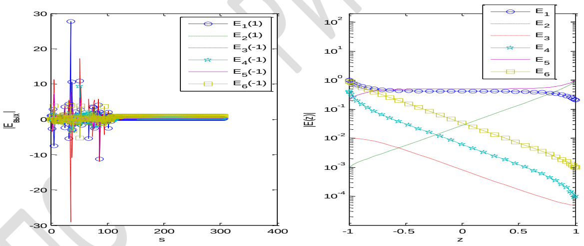

Рисунок – Динамика сходимости амплитуд выходных полей итерационного метода (3) и решение задачи (1) для случая трех встречных сигналов E_2, E_4, E_6 в поле попутных и встречной накачек E_1, E_3,E_5 (справа).

Литература

1 Headley C., Agrawal G.P. Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems. Academic Press, San Diego, CA, 2005. 376 p.

2 Perlin V.E., Winful, H.G. // Journal of Lightwave Technology. – 2002. – V. 20, – № 2. PP. 250–254.

3 Tarman H. I., Berberoglu H. // Optics Communications. 2009. – V. 282, – № 8. – PP.1551–1556.

4 Trefethen L.N. Spectral Methods in MATLAB. 2000. SIAM, Philadelphia. 160 p.

5 Волков В.М. // Дифференциальные уравнения. 1998. – Т.34, – №7. – С. 935–941.