А. Е. Лещёв, Л. И. Минченко
(БГУИР, Минск)

ОБ УСЛОВИЯХ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Пусть $f(y)$, $h_i(y)$ $i=1,2,...,p$ – дважды непрерывно дифференцируемые функции из R^m в R. Введем непустое множество допустимых точек

$$C=\left\{y\in R^m \mid h_i(y)\le 0\ i\in I,\ h_i(y)=0\ i\in I_0\right\},$$

где $y\in R^m$, $I=\{1,\ldots,s\}$, $I_0=\{s+1,\ldots,p\}$, и рассмотрим задачу (*NLP*) нелинейного программирования $f(y)\to\min,\ y\in C$.

Пусть $I(y)=\{i\in I \mid h_i(y)=0\}$. В точке $y^0\in C$ введем конус

$$S_C(y)=\{\bar{y}\in R^m \,\big|\, \langle\nabla h_i(y),\bar{y}\rangle=0\ \ i\in I_0\cup I(y^0)\}.$$

Известно, что при выполнении условия регулярности Мангасаряна-Фромовица (см., например, [1]) в точке $y^0\in C$, являющейся локальным решением задачи (*NLP*), в данной точке выполнено необходимое условие Куна-Таккера, то есть существуют числа λ_i $i=1,...,p$, такие, что:

$$\nabla f(y^0)+\sum_{i=1}^{p}\lambda_i\nabla h_i(y^0)=0,$$

где $\lambda_i\ge 0\quad i\in I(y^0),\quad \lambda_i=0\quad i\in I\setminus I(y^0)$.

В работе [2] доказано, что если дополнительно для всех y из некоторой окрестности точки y^0 выполняется условие

$$rank\left\{\nabla h_i(y)\ \ i\in I_0\cup I(y^0)\right\}=const,\ (WCR)$$

то $\langle\bar{y},[\nabla^2 f(y^0)+\sum_{i=1}^{p}\lambda_i\nabla^2 h_i(y^0)]\bar{y}\rangle\ge 0$ для всех $\bar{y}\in S_C(y^0)$.

Следующая теорема обобщает данный результат.

Теорема 1. Пусть точка $y^0\in C$ является локальным решением задачи (*NLP*). Тогда, если существуют числа λ_i $i=1,...,p$, такие, что выполнено условие (KT) и если дополнительно выполняется условие (WCR), то $\langle\bar{y},[\lambda_0\nabla^2 f(y^0)+\sum_{i=1}^{p}\lambda_i\nabla^2 h_i(y^0)]\,\bar{y}\rangle\ge 0$ для всех $\bar{y}\in S_C(y^0)$.

Литература

1 Гороховик В.В. Конечномерные задачи оптимизации. / В.В. Гороховик. – Мн.: БГУ, 2007. – 239 с.
2 Andreani R., Martinez J.M., Schuverd M.L. On second-order optimality conditions for nonlinear programming // Optimization. V. 56, 2007. P. 529-542.