

**В. Н. Мыщик**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)  
**АЛГОРИТМ ГИЛБЕРТА-ДЖОНСОНА-КЁРТИ**

Как известно, алгоритм Гилберта-Джонсона-Кёрти – алгоритм для определения минимального расстояния между двумя выпуклыми множествами (объектами).

Если имеется два множества  $A$  и  $B$ , то их сумма Минковского определяется как:  
 $A + B = \{x + y : x \in A, y \in B\}$

Для пары  $(A, B)$  выпуклых объектов их конфигурационным пространством препятствий (Configuration Space Obstacle – CSO) назовем сумму Минковского от  $A$  и  $-B$ . Можно доказать, что  $A$  и  $B$  пересекаются тогда и только тогда, когда их CSO содержит начало системы координат:  $A \cap B \neq \emptyset \equiv 0 \in A - B$ . Кроме того, их дистанция определяется как:  $d(A, B) = \min\{\|x\| : x \in A - B\}$ . Подобным образом глубина проникновения пар объектов может быть выражена в терминах их CSO как:  $p(A, B) = \inf\{\|x\| : x \in A - B\}$ .

Для пары пересекающихся объектов глубина проникновения реализуется точкой на границе  $A - B$ , которая наиболее близка к началу системы координат.

Support Mapping  $S_A(v)$  является функцией, которая принимает вектор  $v$  и выпуклое множество  $A$ , возвращает наиболее «экстремальную» точку для выпуклого объекта  $A$  в направлении вектора  $v$ . Формально говоря:

$$S_A(v) \in A \mid v \cdot S_A(v) = \max\{v \cdot x : x \in A\}$$

Для двух данных объектов  $A$  и  $B$  и плоскости  $H(v, \delta)$ , которая разделяет  $A$  и  $B$ , для каждой точки  $a \in A$  выполняется  $v \cdot a + \delta \geq 0$  и для каждой точки  $b \in B$  выполняется  $v \cdot b + \delta \leq 0$ . Вектор  $v$  известен как «слабо отделенная ось» для  $A$  и  $B$ , поскольку есть, по крайней мере, одна отделяющая плоскость, которая является нормалью к нему, что эквивалентно,  $v \cdot S_A(-v) \geq v \cdot S_B(v)$ .

Общая идея алгоритма GJK состоит в анализе конфигурационного пространства препятствий (CSO) для двух данных объектов  $A$  и  $B$ , ища симплекс, который содержит начало системы координат. Если поиск заканчивается с отрицательным ответом, то есть начало системы координат лежит вне CSO, точка из CSO, которая является ближайшей к началу системы координат, представляет разделяющую ось  $A$  и  $B$ , и это, в свою очередь, может использоваться как отправная точка для тестирования столкновений в последующих итерациях.