Е. В. Резяпкина
 (ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)
НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ
ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

Прямая задача электроимпедансной томографии: для известного распределения электрической проводимости $\sigma \in L^\infty(\Omega)$ определяется оператор Ньюмана-Дирихле Λ_σ в области Ω следующим образом

$$\nabla \sigma \nabla u = 0 \text{ в } \Omega \quad \sigma \frac{\partial u}{\partial \nu} = I \text{ на границе } \partial\Omega \quad \int_{\partial\Omega} u dS = 0,$$

где ν – единичная внешняя нормаль к границе $\partial\Omega$ и $\frac{\partial u}{\partial \nu} = \nabla u \nu$.

Для функции I : $\int_{\partial\Omega} I dS = 0$.

$$\Lambda_\sigma : \{I \in H^{-1/2}(\partial\Omega), \int_{\partial\Omega} I dS = 0\} \rightarrow H^{1/2}(\partial\Omega)$$

$$\Lambda_\sigma \cdot I = u|_{\partial\Omega}$$

Так же рассматривается оператор Дирихле-Ньюмана

$$\Lambda_\sigma^{-1} : H^{1/2}(\partial\Omega) \rightarrow H^{-1/2}(\partial\Omega) \quad \text{и} \quad \Lambda_\sigma^{-1} \cdot V = \sigma \cdot \frac{\partial u}{\partial \nu},$$

где $u = V$ на границе $\partial\Omega$.

В обратной задаче необходимо восстановить ограниченную функцию распределения электрической проводимости $\sigma(x)$, учитывая оператор Дирихле-Ньюмана Λ_σ^{-1} . Вводится сопряжённый потенциал, τ , в качестве уникального решения следующей проблемы: $\nabla \sigma \nabla \tau = 0$ в Ω , $\sigma \frac{\partial u}{\partial \tau} = u|_{\partial\Omega} - V$ на границе $\partial\Omega$

$$\int_{\partial\Omega} \tau dS = 0,$$

где u – решение прямой задачи и $V \in H^{1/2}(\partial\Omega)$, $\int_{\partial\Omega} V dS = 0$.

В данной работе рассматриваются различные методы для решения поставленной задачи (метод Неймана, усечённый метод Неймана с помощью метода сопряженных градиентов) и выявляются оптимальные, с учётом погрешности.

Все вычисления проводятся в программе, написанной на языке программирования Java.