С. Ю. Сакович, А. В. Лубочкин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

РЕШЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯМИ МИНИМАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

На промежутке $t \geq 0$ рассмотрим динамическую систему с управлением

$$\dot{x} = Ax + bu, \; x(0) = x_0 \tag{1}$$

$$(x \in R^n, \; u \in R, \; \operatorname{rank}(b, Ab, \ldots, A^{n-1}b) = n).$$

Будем считать, что доступными являются лишь ограниченные управления:

$$|u(t)| \leq L, \; t \geq 0, \; (0 < L < \infty). \tag{2}$$

Обозначим через

$$X_0 = \{x \in R^n : \; Ax + bu_x = 0, \; |u_x| \leq L\} \tag{3}$$

множество возможных состояний равновесия системы (1). Пусть заданы число $0 < L < \infty$, вектор $z \in \operatorname{int} X_0$, область $G \subset R^n$ $(z \in G)$.

Функция $u = u_z(x), \; x \in G,$ называется ограниченной обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области G, если: 1) $u_z(z) = u_z$; 2) функция $u_z(x)$ удовлетворяет геометрическому ограничению (2): $|u_z(x)| \leq L$, $x \in G$; 3) замкнутая система: $\dot{x} = Ax + bu_z(x)$, $x(0) = x_0 \in G$, имеет решение $x(t) \in G$, $t \geq 0$, для всех $x_0 \in G$; 4) состояние равновесия $x(t) \equiv z$, $t \geq 0$, замкнутой системы асимптотически устойчиво в G.

При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G состояния равновесия z была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе (3) были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для решения указанной проблемы естественно использовать методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется следующая вспомогательная задача оптимального управления с интервальными ограничениями

$$B_\theta(y) = \min \rho, \;\; \dot{x} = Ax + bu, \;\; x(0) = y, \tag{4}$$

$$z - \varepsilon \leq x(\theta) \leq z + \varepsilon, \; |u(t)| \leq \rho, \;\; t \in T = [0, \theta]$$

($0 < \theta < \infty$, $\varepsilon \in R^n$ – параметры метода).

Пусть G_θ – множество всех состояний y, для которых задача (4) имеет оптимальную программу $u_z^0(t \mid y)$, $t \in T$. Функция $u_z(y) = u_z^0(0 \mid y)$, $y \in G_\theta$, называется оптимальным стартовым управлением типа обратной связи для задачи (4). Показывается, что стартовая обратная связь обладает свойствами, указанными выше. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего реализацию регулирующей обратной связи в режиме реального времени. Алгоритм программно реализован на языке C. Результаты иллюстрируются на примере регулирования динамической системой четвертого порядка.