

## ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ И ТОНКАЯ СТРУКТУРА СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ ДИККЕ И СВЕРХСВЕТИМОСТИ В СИСТЕМЕ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ

*В. И. Емельянов и Ю. Л. Климонтович*

Предложен возможный механизм появления тонкой структуры линий излучения, связанный с автомодуляцией сверхизлучения Дикке или сверхсветимости.

1. В работах [1-3] наблюдалась периодическая тонкая структура линий излучения импульсных газовых лазеров. Тонкая структура линии рассеянного излучения наблюдалась также при импульсном вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР) в твердых телах и жидкостях [4]. В работе [5] наблюдалась временная модуляция огибающей импульса сверхизлучения Дикке. Сходная модуляция интенсивности излучения вызывает появление тонкой структуры линии излучения [6], которая аналогична наблюдавшейся в работах [1-3].

Разнообразие систем, в которых наблюдается сходная тонкая структура линий излучения, побуждает, как отмечено в работе [3], искать достаточно общие причины ее появления. В настоящей работе обсуждается возможный механизм появления тонкой структуры, связанный с автомодуляцией сверхизлучения Дикке (коллективного спонтанного излучения) или сверхсветимости (спонтанного излучения отдельных атомов, усиленного за счет вынужденного излучения). Как показано в настоящей работе, общим для сверхизлучения и сверхсветимости условием формирования уединенных импульсов является требование  $\alpha L > \ln N$ . Здесь  $\alpha$  — коэффициент усиления,  $L$  — длина активной среды,  $N$  — число атомов, дающих вклад в коллективное излучение. В безрезонаторных системах  $\alpha L \approx 20$  [3].

Появление тонкой структуры в настоящей интерпретации — результат пороговой автомодуляции импульсов. Установленная в работе аналогия сверхизлучения Дикке и ВКР позволяет трактовать эти явления с единой точки зрения. В частности, возникновение тонкой структуры ВКР — пороговое возникновение автомодуляции рассеянного излучения.

В настоящей работе рассматривается сверхизлучение в одну моду. Имеющиеся экспериментальные данные показывают, что излучение имеет многомодовую структуру — распределение интенсивности излучения в поперечном сечении пучка имеет характерную зернистую структуру. Существенно, что тонкую структуру имеет излучение каждой отдельной моды (зерна) [3]. В работах [7] появление зернистой структуры трактовалось как следствие угловой корреляции фотонов при сверхизлучении Дикке. В результате этого оно формируется в виде отдельных лучей (мод). В настоящей работе проведено детальное рассмотрение временной эволюции сверхизлучения Дикке в отдельную моду. Обсуждаются различия условий наблюдения и качественные различия в характере временной модуляции сверхизлучения Дикке и сверхсветимости (см. рисунок).

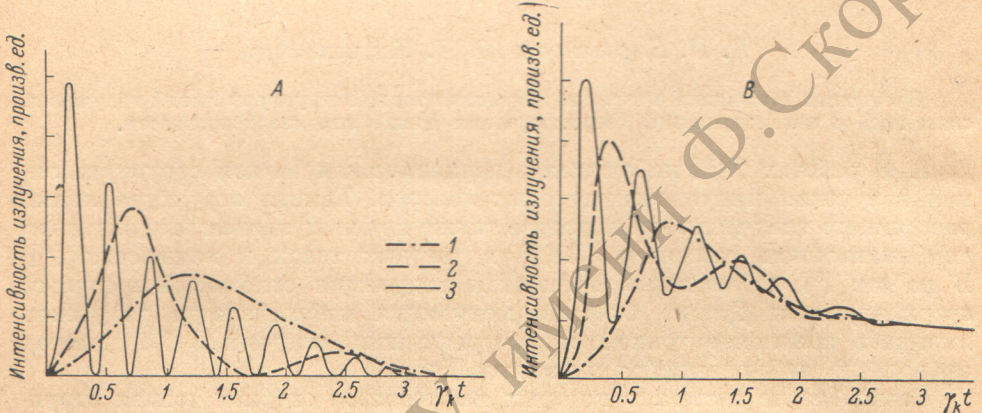
Рассматриваемая модель не учитывает эффекты распространения. Последнее оправдано, если время пролета фотона в системе меньше или



порядка характерных времен излучения импульсов. Уширение линии предполагается однородным.

Полученные в работе результаты могут быть использованы для описания кинетики высвечивания системы инвертированных ядер. Без учета спонтанной эмиссии процесс сверхизлучения в  $\gamma$ -диапазоне исследовался в работе [8]. Однако данная в этой работе физическая интерпретация условий развития  $\gamma$ -лавины не является вполне последовательной. Необходимо также уточнить условие, определяющее интенсивность накачки, инвертирующей ядра.

2. Модель системы. Исходные операторные и усредненные уравнения. Активная среда состоит из  $N$  двухуровневых атомов с частотой перехода  $\omega_0$ . Она заключена в цилиндрический объем  $V$  с длиной  $L$ . При  $L \gg R$  ( $R$  — радиус цилиндра) коллективное излучение активной среды имеет малую расходимость [7] относительно оси цилиндра (оси  $x$ ).



Зависимость интенсивности излучения от времени при различных начальных значениях инверсии.

A — сверхизлучение Дикке:  $\Omega^2 N / \gamma_k^2 = \alpha = 1$  (1),  $\alpha = 5$  (2),  $\alpha = 100$  (3); B — сверхсветимость:  $\alpha = 50$  (1),  $\alpha = 200$  (2),  $\alpha = 1000$  (3).

Один из концов цилиндра, заполненного активной средой, закрыт полностью отражающим зеркалом, поэтому поток излучения выходит из среды вдоль оси  $x$  лишь в одном направлении.

Уравнения для операторов полуразности населенностей рабочих уровней  $D = \rho_a - \rho_b / 2$  ( $\rho_a + \rho_b = N$ ), поляризации  $\mathbf{P} = \frac{1}{V} (\mathbf{d}_{ba} \rho_{ab} + \mathbf{d}_{ab} \rho_{ba})$  и поля  $\mathbf{E}$  по форме совпадают с уравнениями теории лазера [9] — уравнениями для средних величин.

Поскольку все релаксационные времена много больше  $2\pi/\omega_0$ , то удобно вместо уравнений для операторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{P}$  перейти к операторным комплексным амплитудам

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, t) &= \mathbf{e} (E_k e^{-i(\omega_0 t - kx)} + E_k^\dagger e^{i(\omega_0 t - kx)}), \\ \mathbf{P}(x, t) &= \mathbf{e}_p (P_k e^{-i(\omega_0 t - kx)} + P_k^\dagger e^{i(\omega_0 t - kx)}), \end{aligned}$$

где  $E_k$  и  $P_k$  являются медленно меняющимися функциями  $x$  и  $t$ . В случае, когда амплитуды мало меняются на длине  $L$ , зависимостью от  $x$  можно пренебречь. При этом условии уравнения для операторов  $D$ ,  $P_k$  и  $E_k$  имеют вид

$$\frac{d}{dt} D + \gamma (D - D^0) = -V \frac{i(\mathbf{e}_p \mathbf{e})}{\hbar} (E_k P_k^\dagger - P_k E_k^\dagger), \quad (2.1)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \gamma_{ab} \right) P_k = - \frac{2i |d|^2 (\mathbf{e}_p \mathbf{e})}{\hbar V} E_k D, \quad (2.2)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) E_k = i 2\pi \omega_0 (\mathbf{e}_p \mathbf{e}) P_k. \quad (2.3)$$



Здесь  $\gamma_k = \beta c/L$  — обратное время жизни фотона в среде,  $\beta$  — числовой коэффициент,  $1/|d|^2 = |d_{ab}|^2$ .

Для дальнейшего удобно перейти от уравнений (2.1) — (2.3) к эквивалентным уравнениям для операторов  $D$ ,  $n_k = VE_k^+ E_k / 2\pi\hbar\omega_0$  — числа квантов поля внутри объема и оператора

$$R^2 = D^2 + V^2 \frac{P_k^+ P_k + P_k P_k^+}{2|d|^2}. \quad (2.4)$$

Эти уравнения имеют вид

$$\left(\frac{d}{dt} + \gamma_{ab} + \gamma_k\right) \left(\frac{d}{dt} + \gamma\right) (D - D^0) = -\Omega^2 (D(2n_k + 1) - D^2 + R^2), \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \gamma_{ab} + \gamma_k\right) \left(\frac{d}{dt} + 2\gamma_k\right) n_k = \Omega^2 (D(2n_k + 1) - D^2 + R^2), \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{d}{dt} + 2\gamma_{ab}\right) R^2 = 2\gamma_{ab} D^2 - 2\gamma (D^2 - DD^0). \quad (2.7)$$

Здесь

$$\Omega^2 = 4\pi\omega_0 |d|^2 (\mathbf{e}_p \mathbf{e})^2 / \hbar V. \quad (2.8)$$

Проведем усреднение уравнений (2.5) — (2.7) и рассмотрим приближение, в котором корреляции не учитываются. В этом приближении

$$\langle D(2n_k + 1) \rangle = \langle D \rangle (2\langle n_k \rangle + 1). \quad (2.9)$$

Воспользуемся далее тождеством  $-\langle D^2 \rangle + \langle R^2 \rangle = -\langle D \rangle^2 + \langle R \rangle^2 - \langle \delta D^2 \rangle + \langle \delta R^2 \rangle$  и рассмотрим два последних члена правой части этого равенства. С учетом (2.4) имеем

$$-\langle \delta D^2 \rangle + \langle \delta R^2 \rangle = \langle \delta \rho_{ab} \delta \rho_{ba} + \delta \rho_{ba} \delta \rho_{ab} \rangle / 2.$$

Используем формулу (17.84) из [9] для второго момента флуктуаций элементов матрицы плотности при пренебрежении корреляцией. В наших обозначениях из нее следует, что

$$\frac{\langle \delta \rho_{ab} \delta \rho_{ba} + \delta \rho_{ba} \delta \rho_{ab} \rangle}{2} = \frac{\rho_a + \rho_b}{2} - \frac{1}{2N} (\langle \rho_{ab} \rangle \langle \rho_{ba} \rangle + \langle \rho_{ba} \rangle \langle \rho_{ab} \rangle). \quad (2.10)$$

Второй член правой части  $\sim (1/N) \langle P_k \rangle \langle P_k^+ \rangle$  и поэтому пренебрежимо мал по сравнению с  $\langle P_k \rangle \langle P_k^+ \rangle$ .

Используя (2.9), (2.10) (с учетом  $\rho_a + \rho_b = N$ ), получим из (2.5) — (2.7) после усреднения замкнутую систему уравнений для средних значений  $\langle D \rangle$ ,  $\langle n_k \rangle$ ,  $\langle R \rangle^2$  (знак  $\langle \rangle$  ниже опускаем)

$$\left(\frac{d}{dt} + \gamma_{ab} + \gamma_k\right) \left(\frac{d}{dt} + \gamma\right) (D - D^0) = -\Omega^2 \left( D(2n_k + 1) - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right), \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \gamma_{ab} + \gamma_k\right) \left(\frac{d}{dt} + 2\gamma_k\right) n_k = \Omega^2 \left( D(2n_k + 1) - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right), \quad (2.12)$$

$$\frac{dR^2}{dt} + 2\gamma_{ab} (R^2 - D^2) = -2\gamma (D^2 - DD^0). \quad (2.13)$$

Здесь

$$R^2 = D^2 + V^2 \frac{\mathbf{P}^2}{|d|^2}, \quad (2.14)$$

где  $\mathbf{P}$  — вектор средней поляризации среды.

3. Временная эволюция сверхизлучения Дикке. Система уравнений (2.11) — (2.13) имеет существенно различные решения в зависимости от соотношения временных параметров и вида начальных условий.

<sup>1</sup> Отметим, что строгое рассмотрение должно включать две противоположные бегущие волны. В упрощенной модели это учитывается введением параметра  $\beta$ .



Пусть  $\gamma_{ab}$ ,  $\gamma$  — наименьшие из всех обратных времен задачи и выполняются неравенства

$$\gamma_k, \frac{\Omega^2 N}{2\gamma_k}, \frac{\Omega^2 N}{\gamma_k \ln N} \gg \gamma_{ab}, \gamma. \quad (3.1)$$

Эти условия определяют режим сверхизлучения Дикке. Из (2.11) — (2.13) с учетом (3.1) получаем уравнения, описывающие сверхизлучательное свечение возбужденной атомной системы

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) D = -\Omega^2 \left( D (2n_k + 1) - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right), \quad (3.2)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) \left( \frac{d}{dt} + 2\gamma_k \right) n_k = \Omega^2 \left( D (2n_k + 1) - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right), \quad (3.3)$$

$$R^2 = D^2 + \frac{V^2}{|d|^2} P^2 = R^2(0) = \text{const}. \quad (3.4)$$

Характер решения существенно зависит от соотношения параметров  $\gamma_k$  и  $\Omega^2 N / \gamma_k$ .

а. Уединенный импульс сверхизлучения Дикке. Пусть в (3.1)

$$\gamma_k \gg \frac{\Omega^2 N}{2\gamma_k} \equiv \frac{1}{\tau_p} > \frac{\Omega^2 N}{\gamma_k \ln N} \equiv \frac{1}{t_m} \gg \gamma_{ab}, \gamma. \quad (3.5)$$

Как будет видно из дальнейшего, при этом  $n_k^{\text{max}} \approx N / \tau_p \gamma_k \ll N$ , поэтому  $|D \dot{n}_k| \ll N^2$ . В то же время в (3.2), (3.3)  $R^2 \sim N^2$  (см. ниже (3.9)).

Из (3.2) с учетом (3.5), пренебрегая членом  $D \dot{n}_k$  в правой части, получаем уравнение для  $D$

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{\Omega^2}{\gamma_k} \left( D - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right). \quad (3.6)$$

В этом же приближении  $n_k$  выражается через  $D$

$$n_k = \frac{\Omega^2}{2\gamma_k^2} \left( D - D^2 + R^2 + \frac{N}{2} \right) = \frac{-1}{2\gamma_k} \frac{dD}{dt}. \quad (3.7)$$

Решение уравнения (3.6) имеет вид

$$D(t) = \frac{\left( R^2 + \frac{N}{2} \right) (1 - \exp(t\eta\Omega^2/\gamma_k)) + D(0) [D_+ - D_- \exp(t\eta\Omega^2/\gamma_k)]}{D(0) - D_- - (D(0) - D_+) \exp(t\eta\Omega^2/\gamma_k)}, \quad (3.8)$$

где  $D_{\pm} = (1/2) \pm (1/2)\eta$ ;  $\eta = [1 + 4(R^2 + (N/2))]^{1/2}$ .

Рассмотрим частный случай этого решения, когда среда в момент  $t=0$  некогерентно инвертирована:  $D(0) = N/2$ ,  $P(0) = 0$ . При этих условиях из (3.4) следует

$$R^2(0) = D^2(0) = N^2/4. \quad (3.9)$$

Из (3.8), (3.9) получаем

$$\left. \begin{aligned} D(t) &= \frac{1}{2} \left( 1 - (N+1) \text{th} \frac{t-t_m}{\tau_p} \right), \\ n_k(t) &= (N+1)/4\gamma_k\tau_p \left( 1 - \text{th}^2 \frac{t-t_m}{\tau_p} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Здесь длительность импульса  $\tau_p$  определяется выражением

$$\tau_p = 2\gamma_k/\Omega^2 (N+1) \approx \hbar\gamma_k/2\pi |d|^2\omega_0 (e_p e)^{2n}, \quad n = N/V, \quad (3.11)$$

а момент наблюдения максимума сверхизлучения

$$t_m = \frac{1}{2} \tau_p \ln N. \quad (3.12)$$

Установившееся решение имеет вид  $D(\infty) = -N/2$ ,  $n_k(\infty) = 0$ , а полное число излученных в импульс фотонов  $N_k = 2\gamma_k \int_0^{\infty} n_k dt = N$ . Во время



излучения число фотонов в объеме  $V$  всегда много меньше числа атомов  $n_k < n_k^{\max} = N/4\gamma_k\tau_p \ll N$ , где использовано условие (3.5).

Таким образом, процессами индуцированного излучения можно пренебречь. Это обстоятельство не учитывалось в работе [8] при физической интерпретации условия развития сверхизлучательной  $\gamma$ -лавины. Требуемая начальная инверсия  $N$ , как это следует из правого неравенства (3.5), должна определяться из условия  $\Omega^2 N / \gamma_k \delta_{ab} > \ln N$ , т. е.  $\alpha L > (\beta/2) \ln N \approx \ln N$ , где  $\sigma = 2\pi d^2 n_{\omega_0} / h\gamma_{ab}$  — коэффициент усиления. Это условие, означающее в силу (3.12), что  $t_m < 1/\gamma_{ab}$  — времени потери когерентности, может сильно отличаться от условия  $\Omega^2 N / \gamma_k \gamma_{ab} > 1$  (т. е.  $\tau_p < 1/\gamma_{ab}$ ), использованного в [8].

Полученное решение (3.10) соответствует пределу (3.5) и описывает режим уединенного импульса. Для получения более общих решений следует в (3.5) снять ограничение  $\gamma_k \gg 1/\tau_p$ . Тогда процесс сверхизлучения будет описываться полной системой (3.2)–(3.4).

б. Автомодуляция импульса сверхизлучения Дикке. Получить аналитическое решение полной системы (3.2)–(3.4) не представляется возможным. Однако информацию относительно характера релаксации можно получить, линеаризуя уравнения (3.2)–(3.3) вблизи установившегося решения. Положив  $D = D(\infty) + \delta D$ ,  $n_k = \delta n_k$ , в линейном приближении из (3.2) и (3.3) получаем

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dt^2} + \gamma_k \frac{d}{dt} \right) \delta D &= -\Omega^2 (2D(\infty) \delta n_k + (1 - 2D(\infty)) \delta D), \\ \left( \frac{d^2}{dt^2} + 3\gamma_k \frac{d}{dt} + 2\gamma_k^2 \right) \delta n_k &= \Omega^2 (2D(\infty) \delta n_k + (1 - 2D(\infty)) \delta D). \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее (3.12),

$$(P^2 + \gamma_k P + \Omega^2(N+1))(P^2 + 3\gamma_k P + 2\gamma_k^2 + N\Omega^2) - \Omega^4 N(N+1) = 0$$

имеет решение

$$P_{1,2} = -\gamma_k \pm \sqrt{\gamma_k^2 - 2\Omega^2 N}; \quad P_{3,4} = -2\gamma_k \pm \sqrt{4\gamma_k^2 - 2\Omega^2 N}.$$

Отсюда следует, что при  $N < \gamma_k^2 / 2\Omega^2$  установление равновесного состояния происходит монотонно. Если же  $N > N_{\text{пор}} = \gamma_k^2 / 2\Omega^2$ , то возникает осциллирующий режим. Частота осцилляций интенсивности и разности населенностей

$$\omega = \sqrt{2\Omega^2 N - \gamma_k^2} \rightarrow \sqrt{2\Omega^2 N} = \sqrt{8\pi |d|^2 \omega_0 (e_p e)^2 n / h}. \quad (3.14)$$

Излучение при этом формируется в виде последовательности импульсов длительностью  $2\pi/\omega$ , амплитуда которых затухает на временах  $1/\gamma_k$  (см. рисунок). Последнее выражение в (3.14) совпадает с частотой «сверхнотации», рассмотренной в работе [10].

4. Излучение первоначально инвертированных атомов в режиме сверхсветимости. Рассмотрим теперь режим сверхсветимости, в котором в свою очередь можно выделить два подрежима.

а. Излучение уединенного импульса сверхсветимости. Пусть в (2.11)–(2.14)  $\gamma_{ab}$  — наибольшее из всех обратных времен:  $\gamma_{ab} \gg \gamma$ ,  $\gamma_k$ ,  $\Omega^2 N / \gamma_{ab}$ . Тогда в нулевом приближении из (2.13), (2.14) следует, что  $R^2(t) = D^2(t)$ ,  $P(t) = 0$ . С учетом этого из (2.11), (2.12) находим систему уравнений первого порядка для  $D$  и  $n_k$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{d}{dt} + \gamma \right) \left( D + \frac{N}{2} \right) &= -\frac{\Omega^2}{\gamma_{ab}} \left( 2Dn_k + D + \frac{N}{2} \right), \\ \left( \frac{d}{dt} + 2\gamma_k \right) n_k &= \frac{\Omega^2}{\gamma_{ab}} \left( 2Dn_k + D + \frac{N}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Рассмотрим сначала решение (4.1) на временах  $t < 1/\gamma_k$ ,  $1/\gamma$ . В нулевом приближении по  $\gamma_k$ ,  $\gamma / (\Omega^2 N / \gamma_{ab} \ln N)$  из (4.1) следует закон сохранения:  $D + n_k = N/2$ . С учетом этого из (4.1) получаем с точностью до  $1/N$

$$\frac{dn_k}{dt} = -\frac{2\Omega^2}{\gamma_{ab}} \left( n_k - \frac{N}{2} \right) (n_k + 1). \quad (4.2)$$



Решение этого уравнения имеет вид

$$n_k(t) = \frac{N}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{th} \frac{\Omega^2 N}{2\gamma_{ab}} (t - t_m) \right] - \frac{1}{2N} \left[ 1 - \operatorname{th} \frac{\Omega^2 N}{2\gamma_{ab}} (t - t_m) \right] \right\}. \quad (4.3)$$

Отсюда следует, что число фотонов в объеме  $V$  за время  $t \gg t_m = \gamma_{ab} \ln N / \Omega^2 N$ , но  $t < 1/\gamma_k$ ,  $1/\gamma$ , нарастает от  $n_k(0) = 0$  до  $n_k(t) = N/2$ . Разность населенностей меняется от  $D(0) = N/2$  до  $D(t) \approx 0$ . Формула (4.3) описывает формирование переднего фронта уединенного импульса сверхсветимости за счет индуцированных коллективных процессов. Задний же фронт импульса формируется процессом вывода фотонов из объема и имеет длительность порядка  $1/\gamma_k$  (см. рисунок). Условие излучения уединенного импульса сверхсветимости записывается в виде

$$\gamma_{ab} \gg \Omega^2 N / 2\gamma_{ab} > \Omega^2 N / \gamma_{ab} \ln N \gg \gamma_k, \gamma. \quad (4.4)$$

б. Автомодаляция импульса сверхсветимости. Пусть теперь в (4.4) нарушается первое из неравенств, так что  $\gamma_{ab} \geq \Omega^2 N / \gamma_{ab}$ , но по-прежнему  $\gamma_{ab} \gg \gamma_k, \gamma$ . Представим решение системы уравнений (2.11)–(2.14) в виде  $D = \bar{D} + \delta D$ ,  $n_k = \bar{n}_k + \delta n_k$ ,  $R^2 = \bar{R}^2 + \delta R^2$ , где  $\bar{D}$ ,  $\bar{n}_k$ ,  $\bar{R}^2$  — стационарное решение этой системы в нулевом приближении по  $\gamma_k, \gamma$ . В этом приближении оно совпадает со стационарным решением системы (4.1) и имеет вид  $\bar{D} = 0$ ,  $\bar{n}_k = N/2$ ,  $\bar{R}^2 = \bar{D}^2 = 0$ . Исключая  $\delta R^2$ , получим уравнение для  $\delta n_k$

$$\left( \frac{d}{dt} + 2\gamma_{ab} \right) \left( \frac{d^2}{dt^2} + \gamma_{ab} \frac{d}{dt} + 2\Omega^2 \bar{n}_k \right) \delta n_k = 0.$$

Характеристическое уравнение для него имеет корень

$$P = -\frac{\gamma_{ab}}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma_{ab}^2}{4} - 2\Omega^2 \bar{n}_k}.$$

Таким образом, при  $\bar{n}_k > n_{\text{непр}} = \gamma_{ab}^2 / 8\Omega^2$  огибающая импульса сверхсветимости промодулирована с частотой

$$\omega = \sqrt{2\Omega^2 \bar{n}_k - \frac{\gamma_{ab}^2}{4}} \rightarrow \sqrt{8\pi |d|^2 \omega_0 (e_p e)^2 \bar{n}_k / V \hbar} = \frac{dF}{\hbar}. \quad (4.5)$$

Последнее выражение в (4.5) формально совпадает с известной формулой для частоты нутаций населенностей двухуровневой системы во внешнем поле  $E$  (см. [11], § 40).

Линеаризованный анализ, проведенный выше, дает лишь частоту модуляции. Для выяснения характера модуляции импульсов сверхизлучения Дикке и сверхсветимости было проведено исследование решений (2.11)–(2.13) (при  $\gamma = 0$ ) на аналоговой электронной машине. На рисунке представлены типичные результаты этого исследования. Отметим важное качественное различие в характере модуляции двух процессов: при сверхизлучении Дикке (уже с порога возникновения) модуляция носит полный характер, при сверхсветимости же глубина модуляции растет с ростом начальной инверсии. Это обстоятельство может быть использовано для экспериментального различения двух этих процессов.

5. Аналогия временной эволюции и тонкой структуры сверхизлучения и ВКР. Перейдем в системе уравнений (3.2), (3.3) к переменным  $n_a = (N/2) + D$ ,  $n_b = (N/2) - D$ . В случае сверхизлучения Дикке  $R^2 = N^2/4$  (см. (3.9)) и уравнения (3.2), (3.3) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) \frac{d}{dt} n_a &= -\Omega^2 (n_a n_b + n_a n_k - n_b n_k + n_a), \\ \left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) \frac{d}{dt} n_b &= \Omega^2 (n_a n_b + n_a n_k - n_b n_k + n_a), \\ \left( \frac{d}{dt} + \gamma_k \right) \left( \frac{d}{dt} + 2\gamma_k \right) n_k &= \Omega^2 (n_a n_b + n_a n_k - n_b n_k + n_a). \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$



Уравнения (5.1) для  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_k$  аналогичны обобщенным (второго порядка по времени) кинетическим уравнениям для чисел квантов соответственно волн накачки  $n_L$ , стоксовой  $n_S$  и дополнительной  $n_k$  при трехволновом взаимодействии с законом сохранения  $\omega_L = \omega_S + \omega_k$  [12].

Установленная аналогия позволяет использовать результаты анализа [12]. Из формул (4.15)–(4.18) работы [12] следует, что временная эволюция  $D = n_a - n_b/2$  и  $n_k$  в режиме автомодуляции может быть приближенно представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} D &= -\frac{N}{2} + \frac{N}{2} e^{-\gamma_k t} (1 + \cos \omega t), \\ n_k &= \frac{N}{2} e^{-\gamma_k t} (1 - \cos \omega t). \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Из (5.2) следует, что исходная линия излучения  $\omega_0$  расщепляется на две линии  $\omega_0 \pm \omega/2$  с шириной  $\gamma_k/2$ . Модуляция  $D$  приводит в силу нелинейности уравнения (2.2) к появлению высших гармоник поля с частотами  $\omega_0 \pm [(\omega/2) + l\omega]$ ,  $l=1, 2, \dots$  и ширинами  $\sim \gamma_k$ . Спектр релаксационного излучения, таким образом, эквидистантен. Расстояние  $\omega$  между отдельными линиями в случае сверхизлучения Дикке определяется формулой (3.14), в случае сверхсветимости — (4.6).

Проведем численные оценки, используя данные работы [3]. Предположим, что после включения или выключения накачки имеет место релаксационный процесс, описываемый формулами (3.2), (3.3). Частота модуляции  $\omega = \sqrt{8\pi d^2 \omega_0 n / \hbar} \sim dE/\hbar$ , где  $E$  — амплитуда излучаемого поля. По данным работы [3],  $dE/\hbar 2\pi c \sim 0.04 \text{ см}^{-1}$ , что сравнимо с экспериментальным значением периода тонкой структуры. Ширина отдельной компоненты  $\gamma \sim \beta c/L$ . Можно полагать  $\beta \sim 4$ , если рабочая среда помещена в цилиндр, открытый с обоих концов,  $\beta = 4/3$ , если цилиндр закрыт с одного конца. При  $L \sim 30 \text{ см}$ ,  $\gamma/2\pi c \sim 0.02 \div 0.01 \text{ см}^{-1}$ , что согласуется с экспериментально измеренной в [3] шириной отдельной компоненты.

### Литература

- [1] Ф. А. Королев, Т. В. Абросимов, А. И. Одинцов, В. П. Якунин. Отт. и спектр., 28, 540, 1970.
- [2] Ф. А. Королев, А. И. Одинцов, Е. Г. Туркин, В. П. Якунин. Квантовая электроника, 2, 413, 1975.
- [3] В. И. Ищенко, В. Н. Лисицин, А. Н. Ражев, С. Г. Раутиан, А. М. Шалагин. Письма ЖЭТФ, 19, 669, 1974.
- [4] Е. А. Морозова, А. И. Соколовская, И. М. Сущинский. ЖЭТФ, 65, 2161, 1973.
- [5] N. Skribanowitz, J. P. Herman, J. C. Mac Gillivray, M. S. Feld, Phys. Rev. Lett., 30, 309, 1973; Laser Spectroscopy. Proc. Intern. Conf. June 25–29, 1973, ed. G. Brewer, A. Mooradian.
- [6] А. И. Одинцов, В. П. Якунин. Письма ЖЭТФ, 20, 233, 1974.
- [7] И. В. Соколов, Е. Д. Трифонов. ЖЭТФ, 65, 74, 1973; ЖЭТФ, 67, 481, 1974.
- [8] Ю. Ю. Дмитриев, Э. В. Шуряк. ЖЭТФ, 67, 494, 1974.
- [9] Волновые и флуктуационные процессы в лазерах (под ред. Ю. Л. Климонтовича). «Наука», 1974.
- [10] А. И. Бурштейн, А. Ю. Пусеп. ЖЭТФ, 69, 1927, 1975.
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. «Наука», 1974.
- [12] В. И. Емельянов, Ю. Л. Климонтович. ЖЭТФ, 63, 929, 1975.

Поступило в Редакцию 2 июня 1975 г.