О. Г. Шавловская
(ГГУ. Ф. Скорины, Гомель)

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Для изотропных несущих слоев приняты гипотезы Кирхгофа-Лява, в жестком сжимаемом заполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений его точек от поперечной координаты. На границах контакта используются условия непрерывности перемещений. Деформации малые.

Обозначим: h_k – толщину k-го слоя: k = 1, 2, 3 – здесь и далее номера внешнего, нижнего слоев и заполнителя; $h_3 = 2c$; H_α, k_α (α = 1, 2) – коэффициенты Ламе и главные кривизны срединной поверхности заполнителя. Проводя постановку краевой задачи в перемещениях, за независимые переменные принимаем u_α^k, w^k - тангенциальные перемещения и прогибы точек срединной поверхности несущих слоев в направлении осей x_α, z правой системы координат, отнесенной к линиям главных кривизн срединной поверхности заполнителя и к внешней нормали, соответственно.

Перемещения в несущих слоях принимаем в виде ($c \le z \le c + h_1$, $-c - h_2 \le z \le -c$): $u_\alpha^{kz} = u_\alpha^k + (z \mp a_k)\psi_\alpha^k$, $a_k = c + 0{,}5h_k$.

Перемещения в заполнителе принимаем в виде ($-c \le z \le c$): $w^{3z} = 0{,}5\sum_{k=1}^{2}(1 \pm z/c)w^k$, $u_\alpha^{3z} = \sum_{k=1}^{2}(1 \pm z/c)\left(B_{k\alpha}u_\alpha^k \pm D_{k\alpha}w^k{,}_\alpha\right)$, где $B_{k\alpha} = \frac{1}{2}\left(1 \mp \frac{1}{2}h_k c_\alpha^k k_\alpha\right)$, $D_{k\alpha} = \frac{h_k c_\alpha^k}{4H_\alpha}$.

Реакцию упругой среды обозначим q_{3r}^k и предполагаем, что она описывается моделью Винклера: $q_{3r}^k = \kappa_k w^k$, где κ_k – коэффициент жесткости упругой среды со стороны k-го несущего слоя.

Уравнения равновесия и силовые граничные условия следуют из вариационного принципа Лагранжа: $-\delta W + \delta A = 0$, где δW – вариация потенциальной энергии деформации, $\delta A = \delta A_1 + \delta A_2$ – вариация работы внешних сил δA_1 и контурных усилий δA_2.

Выделяя независимые вариации перемещений путем интегрирования по частям, получим в итоге следующее выражение:

$$\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\left(\sum_{\alpha,k=1}^{2} L_\alpha^k \delta u_\alpha^k + \sum_{k=1}^{2} L_3^k \delta w^k\right)dx_1 dx_2 = 0.$$

Приравняв коэффициенты при независимых вариациях нулю в, получим шесть уравнений равновесия трехслойной осесимметричной оболочки (k = 1, 2; i = 1, 2, 3), в усилиях $L_i^k = 0$.

Таким образом, на основе вариационного принципа Лагранжа поставлена краевая задача об изгибе трехслойной оболочки вращения в упругой среде.

Литература

1 Старовойтов, Э. И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2002. – 343 с.