

УДК 53(077)

КРИВЫЕ ИНВЕРСИИ ПРОЦЕССА ДЖОУЛЯ–ТОМСОНА В ПРИВЕДЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Е. А. ДЕЙ, кандидат физико-математических наук, доцент¹

Г. Ю. ТЮМЕНКОВ, кандидат физико-математических наук, доцент¹

П. В. АСТАХОВ, кандидат физико-математических наук, доцент, начальник кафедры²

¹Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», Республика Беларусь

²Государственное учреждение образования «Гомельский инженерный институт» МЧС Республики Беларусь

В статье показана эффективность и наглядность использования приведенных термодинамических переменных при изучении процесса Джоуля–Томсона на примере различных полуэмпирических уравнений состояния.

Ключевые слова: полуэмпирическое уравнение состояния, приведенные переменные, процесс Джоуля–Томсона, кривая инверсии.

Введение

Физические свойства реальных газов представляют определенный интерес не только в технической термодинамике, но и с позиций термодинамики пожаров [1]. Это обусловлено тем, что газовая среда в помещении с проемами, соединяющими его с атмосферой, есть открытая термодинамическая система и может быть описана соответствующими уравнениями состояния. Одним из важных для практического использования свойств реальных газов является возможное изменение температуры при изохорной подсистемно-равновесной фильтрации сквозь пористую перегородку (эффект Джоуля–Томсона) [2]. Физическая сущность процесса описывается поведением термодинамического коэффициента $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_w = -\frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$, где V и c_p – соответственно, объем и изобарная теплоемкость системы, а коэффициент λ определяется выражением

$$\lambda = V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T + T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V. \quad (1)$$

В физических областях значений $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T < 0$, $c_p > 0$, что означает совпадение знаков λ и $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_w$. При уменьшении давления ($dP < 0$), лежащем в основе процесса

Джоуля–Томсона, могут быть реализованы два варианта изменения температуры в зависимости от знака λ :

а) $\lambda > 0$, $dT < 0$ – положительный эффект Джоуля–Томсона (газ остывает);

б) $\lambda < 0, dT > 0$ – отрицательный эффект Джоуля–Томсона (газ нагревается).

Смысл положительности эффекта заключается в реализации высокотемпературного охлаждения газа с целью его дальнейшего сжижения, т. е. соответствует цели технологического процесса. Условие $\lambda = 0$ определяет ситуацию инверсии знака эффекта, позволяющую находить температуры инверсии T_i и выделять области положительного эффекта в PT -плоскости.

В работе [3] эффект Джоуля–Томсона был исследован для случая второго уравнения Дитеричи, в частности были вычислены теоретические границы области положительности эффекта и построена инверсионная кривая. При этом было отмечено, что наиболее удобным для получения результатов является использование приведенных переменных, так как результат имеет общий для всех реальных газов характер, и решение уравнения для нахождения температуры инверсии достаточно выполнить только один раз. В данной работе этот подход реализован для уравнений Ван-дер-Ваальса, Бертло и первого уравнения Дитеричи.

Основная часть

Уравнения состояния реальных газов и выражения для коэффициента инверсии будем записывать с использованием приведенных термодинамических переменных, определенных по отношению к параметрам критического состояния:

$$\tilde{P} = \frac{P}{P_{кр}}, \quad \tilde{V} = \frac{V}{V_{кр}}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_{кр}}. \quad (2)$$

Выражение для коэффициента λ также преобразуем к приведенным переменным:

$$\lambda = P_{кр} \tilde{\lambda}; \quad \tilde{\lambda} = \left[\tilde{V} \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}} \right)_{\tilde{T}} + \tilde{T} \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}} \right)_{\tilde{V}} \right]. \quad (3)$$

В полученном соотношении выделяется универсальная часть коэффициента, выраженная через приведенные переменные и справедливая для всех газов, и специфическая часть, пропорциональная критическому давлению конкретного газа. Этот результат позволяет сделать два вывода. Во-первых, очевидным становится, что отношение параметров λ для двух различных газов пропорционально отношению их критических давлений. Во-вторых, для определения знака эффекта Джоуля–Томсона конкретного газа достаточно проанализировать знак приведенного параметра $\tilde{\lambda}$. Соответственно, приведенную температуру инверсии \tilde{T}_i можно получить, решая уравнение $\tilde{\lambda} = 0$.

Уравнение Ван-дер-Ваальса. Молярная форма данного уравнения имеет вид [2]:

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT, \quad (4)$$

а критические параметры равны

$$V_{кр} = 3b, \quad P_{кр} = \frac{a}{27b^2}, \quad T_{кр} = \frac{8a}{27bR}, \quad (5)$$

что дает приведенную форму уравнения Ван-дер-Ваальса:

$$\tilde{P} = \frac{8\tilde{T}}{3\tilde{V} - 1} - \frac{3}{\tilde{V}^2}. \quad (6)$$

На основании (3) и (6) рассчитываем параметр $\tilde{\lambda}$ и, приравнявая его к нулю, находим выражение для температуры инверсии \tilde{T}_i :

$$\tilde{T}_i = \frac{3(\tilde{V} - 1)^2}{4\tilde{V}^2}. \quad (7)$$

Совместное рассмотрение соотношений (6) и (7) позволяет получить уравнение для инверсионной кривой в $\tilde{P}\tilde{T}$ -плоскости:

$$\tilde{P}(\tilde{T}_i) = 24\sqrt{3\tilde{T}_i} - 12\tilde{T}_i - 27. \quad (8)$$

Уравнение Бертло. С учетом явного вида данного уравнения [2]

$$\left(P + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = RT \quad (9)$$

и на основании связи критических параметров газа с параметрами a, b :

$$V_{\text{кр}} = 3b, \quad P_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{aR}{216b^3}}, \quad T_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{8a}{27bR}} \quad (10)$$

получается его приведенная форма:

$$\tilde{P} = \frac{8\tilde{T}}{3\tilde{V} - 1} - \frac{3}{\tilde{T}\tilde{V}^2}. \quad (11)$$

Выполняя необходимые преобразования, получаем явный вид коэффициента $\tilde{\lambda}$ в этом случае и, решая уравнение $\tilde{\lambda} = 0$, получаем приведенную температуру инверсии:

$$\tilde{T}_i = \frac{3}{2\sqrt{2}} \frac{(\tilde{V} - 1)^2}{\tilde{V}}. \quad (12)$$

Используя (11) и (12), приходим к уравнению инверсионной кривой в приведенных переменных для уравнения Бертло:

$$\tilde{P}(\tilde{T}_i) = 30\sqrt{2} - \frac{32}{3}\tilde{T}_i - \frac{27}{\tilde{T}_i}. \quad (13)$$

Первое уравнение Дитеричи. Молярная форма данного уравнения имеет вид [2]:

$$P \exp\left(\frac{a}{RTV}\right)(V - b) = RT, \quad (14)$$

а критические параметры равны:

$$V_{\text{кр}} = 2b, \quad P_{\text{кр}} = \frac{a}{4b^2e^2}, \quad T_{\text{кр}} = \frac{a}{4bR}, \quad (15)$$

что дает приведенную форму первого уравнения Дитеричи:

$$\tilde{P} = \frac{\tilde{T}}{2\tilde{V} - 1} \exp\left(\frac{2(\tilde{T} - 1)}{\tilde{V}\tilde{T}}\right). \quad (16)$$

На основании (3) и (16) рассчитываем $\tilde{\lambda}$ и приравниваем к нулю, тем самым получая температуру инверсии:

$$\tilde{T}_i = \frac{4\tilde{\nu} - 1}{\tilde{\nu}}. \quad (17)$$

С помощью соотношений (16) и (17) получаем уравнение инверсионной кривой в $\tilde{P}\tilde{T}$ -плоскости:

$$\tilde{P}(\tilde{T}_i) = -\tilde{T}_i \exp\left(\frac{5}{2} - \frac{4}{\tilde{T}_i}\right). \quad (18)$$

Графики полученных уравнений инверсионных кривых для рассмотренных уравнений состояний реальных газов, а также для газа Дитеричи-2 [3] изображены на рисунке 1. Для каждой кривой инверсии точки $\tilde{\nu}, \tilde{T}_i$, находящиеся ниже ее, соответствуют положительному эффекту Джоуля–Томсона, что следует из выполнения условия $\tilde{\lambda} > 0$. Можно отметить, что в области $1 \leq \tilde{T}_i \leq 2$ значения нижних температур инверсии близки для разных уравнений состояния. В то же время для практически важных верхних температур инверсии наблюдается значительный разброс значений. Это означает, что выбор уравнения состояния играет решающую роль для количественного описания процесса с участием определенного газа.

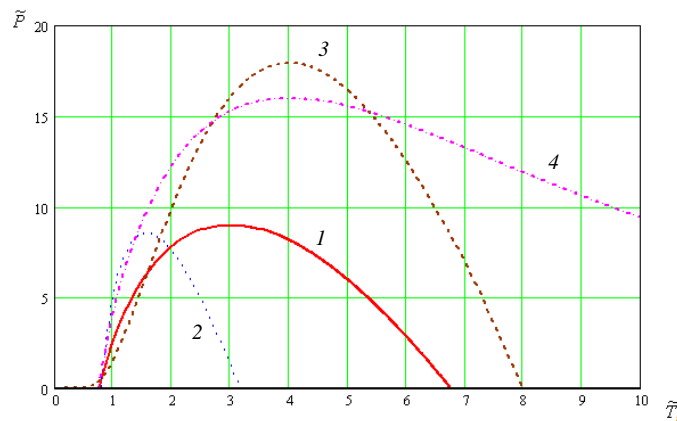


Рисунок 1 – Графики инверсионных кривых в $\tilde{P}\tilde{T}_i$ -плоскости для уравнения Ван-дер-Ваальса (1), уравнения Бертло (2), первого уравнения Дитеричи (3), второго уравнения Дитеричи (4)

Заключение

Таким образом, в работе получены уравнения кривых инверсии знака эффекта Джоуля–Томсона в приведенных переменных для ряда полуэмпирических уравнений состояния с использованием параметра $\tilde{\lambda}$ и выполнено графическое сопоставление инверсионных кривых и областей положительности эффекта. Полученные результаты могут быть использованы при выборе уравнения состояния для описания конкретных газов в заданных диапазонах температур и давлений.

Литература

- 1 Термогазодинамика пожаров в помещениях / В. М. Астапенко [и др.]. – М. : Стройиздат, 1988. – 448 с.
- 2 Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – М. : Наука, 1977. – 552 с.
- 3 Тюменков, Г. Ю. О некоторых параметрах и изоэнтальпическом охлаждении газов Дитеричи-II / Г. Ю. Тюменков, Е. А. Дей, О. В. Тарнавская // Чрезвычайн. ситуации: наука и образование. – 2011. – Т. 6. – № 1. – С. 135–140.

Поступила в редакцию 24.02.2012

E. Dey, G. Tyumenkov, P. Astakhov

JOULE-THOMSON PROCESS INVERSION CURVES IN THE REDUCED VARIABLES

For example of various semiempirical equations of state in the paper is shown the effectivity of reduced thermodynamical variables using and its visibility in the study of Joule-Thomson process.

Keywords: semiempirical equation of state, reduced variables, Joule-Thomson process, inversion curve.