

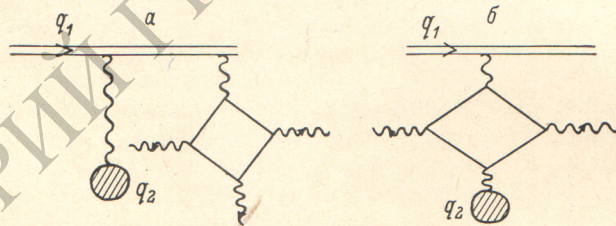
ВАКУУМНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ КУЛОНОВСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В. В. Скобелев

Рассмотрены поправки за счет поляризации вакуума к тормозному излучению при рассеянии заряда на кулоновском центре. Получены формулы для «трехфотонного» вклада в эффективное излучение, соответствующие нерелятивистскому движению заряда по гиперболической траектории. Произведены оценки вклада вакуумного двухфотонного излучения при пролете быстрых частиц вблизи кулоновского центра. Указано на возможность экспериментальной идентификации эффекта.

1. Введение

Данная заметка является продолжением цикла работ по вычислению вакуумных поправок к интенсивности излучения движущихся зарядов [1-3], электромагнитное поле которых поляризует электронно-позитронный вакуум. В работах [2, 3] мы вычислили поправки к интенсивности излучения заряда, движущегося по окружности, и сделали оценки, харак-



Плюс перестановки фотонных линий

теризующие возможность наблюдения эффекта на фоне классического синхротронного излучения. Другим важным случаем является тормозное излучение заряда q_1 при инфинитном движении в поле неподвижного кулоновского центра q_2 . Трактруя эти заряды как классические объекты, рассмотрим две диаграммы на рисунке, которые дают наибольший вклад из всех диаграмм с вакуумными петлями. Диаграмма *а* описывает трансформацию переменного электромагнитного поля заряда q_1 , поляризующего вакуум, в «трехфотонное излучение» [2] при его движении по гиперболической траектории в поле кулоновского центра q_2 . Диаграмма *б* соответствует случаю «совместной» поляризации вакуума полями зарядов q_1 и q_2 , трансформирующимися в «двухфотонное излучение» [3]. Если заряд q_1 достаточно релятивистский, то его можно рассматривать как источник «внешнего поля» [4] и в первом приближении считать, что состояние его движения не изменяется.

Мы рассмотрели вклад диаграммы *а* при нерелятивистских скоростях заряда q_1 , когда временная зависимость его координат может быть параметризована в простой форме, и получили выражение для спектрального

распределения излучения и «эффективного излучения» [5]. Аналогичные формулы в случае б получены для релятивистских скоростей заряда q_1 с точностью до численного коэффициента.

2. Вакуумное излучение при движении по гиперболической траектории

Воспользуемся результатом работ [1, 2] для спектрального распределения вакуумного трехфотонного излучения, выразив фурье-образ тензора электромагнитного поля $F_{\mu\nu}(k)$ через соответствующие токи $J_\mu(k)$

$$\frac{dI}{dk_0} = \frac{34}{(2\pi)^6 90^3} \left(\frac{e}{m}\right)^8 k_0 \int_{(k^2 > 0)} d^3k (k^2)^2 j_\mu(k) i^\mu(-k), \quad (1)$$

где dI — энергия, излучаемая в интервале частот dk_0 , m и e — масса и заряд электрона. Фурье-образ тока, создаваемого зарядом q_1 , может быть легко найден в случае нерелятивистского движения $v_0 \ll 1$, где v_0 — скорость заряда на бесконечности (единицы $\hbar = c = 1$). Рассматривая для определенности разноименные заряды q_1 и q_2 (притяжение), имеем для временной зависимости координат заряда q_1 в параметрической форме [5]

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a(\varepsilon - \operatorname{ch} \xi), \\ y_1 &= a\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \operatorname{sh} \xi, \\ z_1 &= 0, \\ t &= a/v_0(\varepsilon \operatorname{sh} \xi - \xi), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $a = \alpha_{12}/(\mu v_0^2)$, $\varepsilon = [1 + (v_0^2 M^2/\alpha_{12}^2)]^{1/2}$ — параметры орбиты, μ — масса заряда, $M = \mu v_0 \rho$ — момент импульса, ρ — прицельное расстояние, $\alpha_{12} = |q_1 q_2|$. По определению,

$$j_1(\mathbf{r}, t) = \frac{dx_1}{dt} q_1 \delta(z) \delta(x - x_1(t)) \delta(y - y_1(t)), \quad (3)$$

а для фурье-образа находим

$$j_1(k) = -aq_1 \exp(ik_1 a \varepsilon) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \operatorname{sh} \xi \exp\left\{-i \frac{k_0 a}{v_0} (\varepsilon \operatorname{sh} \xi - \xi) - ik_1 a \operatorname{ch} \xi + ik_2 a \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \operatorname{sh} \xi\right\}. \quad (4)$$

Если рассматривать частоты $k_0 a \ll 1$ ($k_0 \alpha_{12}/(\mu v_0^2) \ll 1$), то, учитывая соотношения $v_0 \ll 1$ и $|k_{1,2}| \ll k_0$, приходим к выводу, что два последних слагаемых в показателе экспоненты не дают вклада, а остающийся интеграл легко вычисляется [5]

$$j_1(k) = i\pi q_1 a H_{iv}^{(1)'}(iv\varepsilon), \quad (5)$$

$$v = (\omega/\mu) (\alpha_{12}/v_0^2), \quad \omega \equiv k_0,$$

где $H_p^{(1)}(x)$ — функция Ганкеля, а производная берется по аргументу. Аналогично находим

$$j_2(k) = i\pi q_1 a \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2}} H_{iv}^{(1)'}(iv\varepsilon) \quad (6)$$

и из уравнения непрерывности фурье-образ плотности заряда

$$\rho(k) = \frac{1}{k_0} [j_1(k) k_1 + j_2(k) k_2]. \quad (7)$$

Подставляя (5)–(7) в формулу (1) и интегрируя по пространственным компонентам k , получаем спектральное распределение излучения

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{17\alpha^4 \alpha_1 \alpha_2^2}{(45\pi)^3 14 \cdot 99v_0^4} \cdot \frac{\omega^{10}}{\mu^2 m^8} \left\{ [H_{iv}^{(1)'}(iv\varepsilon)]^2 - \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2} [H_{iv}^{(1)}(iv\varepsilon)]^2 \right\}, \quad \alpha_1 = q_1^2, \quad a = e^2, \quad (8)$$

напоминающее соответствующую формулу классической электродинамики [5]. Перейдем, как и в [5], к эффективному излучению, умножив (8) на $2\pi r dr$ и проинтегрировав по прицельному параметру,

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{17}{693 \cdot 45^3 \pi^2} \frac{\alpha^4 \alpha_1 \alpha_2^3}{v_0^8} \frac{\omega^9}{\mu^3 m^8} |H_{\nu}^{(1)}(i\nu) | H_{\nu}^{(1)'}(i\nu). \quad (9)$$

Представляет интерес рассмотреть предельные случаи малых ($\nu \ll 1$) и больших ($\nu \gg 1$) аргументов. Воспользовавшись асимптотикой функций Ганкеля [5], находим соответственно ¹

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{68}{693 \cdot 45^3 \pi^4} \frac{\alpha^4 \alpha_1 \alpha_2^2}{v_0^8} \left(\frac{\omega}{m}\right)^8 \ln \left(\frac{2\mu v_0^3}{\gamma \omega \alpha_{12}} \right) \frac{1}{\mu^2}, \quad (10)$$

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{68}{693 \cdot 45^3 \pi^3 \sqrt{3}} \frac{\alpha^4 \alpha_1 \alpha_2^2}{v_0^8} \left(\frac{\omega}{m}\right)^8 \frac{1}{\mu^2}, \quad (11)$$

где $\gamma = e^C$, C — постоянная Эйлера.

При малых частотах эффективное излучение в отличие от классики не имеет инфракрасной расходимости, а при больших имеет большую степень роста по ω . Однако последнее не означает, что полное эффективное излучение на самом деле расходится, так как пределы применимости нашего приближения ограничены условием $(\omega/\mu)(\alpha_{12}/v_0^2) \ll 1$, и, кроме того, исходная формула (1) справедлива при $\omega \ll m$ [1]. Для одноименных зарядов q_1 и q_2 (отталкивание) соответствующие формулы получаются умножением выражений (9)—(11) на фактор $\exp(-2\pi\nu)$, т. е. в приближении малых частот получаем тот же результат (10), а полное эффективное излучение, во всяком случае, сходится, причем

$$S_{\text{отт.}} = \int_0^{\infty} \left(\frac{dS}{d\omega} \right)_{\text{прит.}} e^{-2\pi\nu} d\omega. \quad (12)$$

3. Вакуумное двухфотонное излучение при пролете быстрых частиц вблизи кулоновского центра

При релятивистских скоростях рассмотренный механизм вакуумного излучения, по-видимому, должен быть подавлен, так как отклонение траектории от прямолинейной и изменение скорости мало, т. е. поле заряда q_1 совпадает с полем равномерно и прямолинейно движущегося заряда, а вакуумное трехфотонное излучение в этом случае отсутствует.² Вклад же диаграммы б, наоборот, возрастает (см. Введение). Его можно оценить с точностью до численного коэффициента, если использовать формулу (4) для интенсивности двухфотонного вакуумного излучения, полученную в [1] (в принципе отсюда можно получить и точный результат, но соответствующие вычисления чрезвычайно громоздки). Для этого достаточно вычислить вклад фурье-образа свертки $F_{\mu\nu}^{(1)} F_{(2)}^{\mu\nu}$ в тензор $I_{\alpha\beta}^{\mu\nu}(k)$ [1], где $F_{\mu\nu}^{(1)}$ и $F_{(2)}^{\mu\nu}$ — поля движущегося и покоящегося зарядов; остальные члены дают ту же асимптотику. Учитывая соотношения

$$\left. \begin{aligned} \varphi^{(1)}(k) &= \frac{8\pi^2 q_1}{k^2} \delta(k_0 - \mathbf{v}\mathbf{k}), \\ \rho^{(2)}(k) &= 2\pi q_2 \delta(k_0) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

¹ Заметим, что фактически наши результаты верны в области $\omega \ll \mu v_0^3$, поскольку мы пренебрегаем задачей излучения. Это не противоречит ранее принятому общему приближению $\omega \alpha_{12} \ll \mu v_0^3$, однако при $\alpha_{12} \ll 1$ несколько сужает область применимости формулы (11), поскольку последняя справедлива в случае $\omega \alpha_{12} \gg (\mu v_0^3) v_0$.

² Это очевидно хотя бы из соображений размерности: при равномерном и прямолинейном движении отсутствует величина размерности массы, необходимая для «компенсации» фактора $(1/m^8)$ в (1).

и используя уравнение Максвелла, легко находим

$$\int d^4x e^{ikx} F_{\mu\nu}^{(1)} F_{\mu\nu}^{(2)} = \frac{16\pi g_1 g_2}{v} K_0 \left(\frac{\rho k_0}{v} \sqrt{1-v^2} \right) \quad (14)$$

плюс члены того же порядка. Тогда с точностью до численного коэффициента получаем для спектрального распределения

$$\frac{dI}{dk_0} \sim \frac{\alpha^4 \alpha_{12}^2}{m^8 v^2} k_0 \int_{(k^2 > 0)} d^3k (k^2)^2 K_0^2 \left(\frac{\rho k_0}{v} \sqrt{1-v^2} \right). \quad (15)$$

Выполняя интегрирование по суммарному импульсу фотонов k и переходя к эффективному излучению, приходим к следующему результату:

$$\frac{dS}{d\omega} \sim \alpha^4 \alpha_{12}^2 \left(\frac{\omega}{m} \right)^6 \left(\frac{E}{\mu} \right)^2 \frac{1}{m^2}, \quad (16)$$

где релятивистский фактор $E/\mu = (1-v^2)^{-1/2}$. Формула (16) подтверждает наши соображения о росте с энергией вклада диаграммы б. Как известно [6], в ультрарелятивистском случае сечение «обычного» тормозного излучения растет лишь логарифмически при увеличении энергии E , причем ($\mu = m$)

$$\left(\frac{dS}{d\omega} \right)_{\text{вак.}} / \left(\frac{dS}{d\omega} \right)_{\text{торм.}} \sim \alpha^3 \left(\frac{\omega}{m} \right)^6 \ln^{-1} \left(\frac{E^2}{m\omega} \right) \left(\frac{E}{m} \right)^2. \quad (17)$$

Взяв для оценки $\omega \sim m$, получаем, что вклад вакуумного излучения на этой частоте может достигнуть порядка одного процента при энергиях $(E/m) \sim 10^{3+4}$. Это дает некоторую надежду на обнаружение эффекта. Что касается результатов разд. 2, то вряд ли можно рассчитывать на их экспериментальную проверку. Возможно, однако, что вклад трехфотонного тормозного излучения будет играть определенную роль в энергетическом балансе космических объектов.

Литература

- [1] D. Galtsov, V. Skobelev. Phys. Lett., 36B, 238, 1971; А. А. Соколов, В. В. Скобелев, Д. В. Гальцов, Ю. М. Лоскутов. ЖЭТФ, 62, 454, 1972.
- [2] V. V. Skobelev. Phys. Lett., 48A, 229, 1974.
- [3] В. В. Скобелев. Опт. и спектр., 39, 1160, 1975.
- [4] L. Landau, E. Lifshitz. Sov. Phys., 6, 244, 1934.
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. «Наука», М., 1967.
- [6] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Релятивистская квантовая теория, ч. 1. «Наука», М., 1968.

Поступило в Редакцию 4 марта 1976 г.