

**А. В. Сыроквашин**  
(БГУ им. И. Г. Петровского, Брянск)  
**ПРИМЕР КОНЕЧНОМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ**  
**С МАКСИМАЛЬНЫМИ ПОДАЛГЕБРАМИ,**  
**НЕ ЯВЛЯЮЩИМИСЯ ИДЕАЛАМИ**  
**И НЕ СОДЕРЖАЩИМИ ЭНГЕЛЕВЫХ ПОДАЛГЕБР**

Рассматриваются только конечномерные алгебры Ли над полем  $P$ . Необходимый справочный материал можно найти в [1-2]. В алгебре Ли  $L$  Фиттингова 0-компонента преобразования  $adx$  пространства  $L$ , где  $x$  – элемент из  $L$ , называется подалгеброй Энгеля элемента  $x$  в алгебре Ли  $L$ . В работе [3] получено, что максимальный идеал, содержащийся в пересечении всех максимальных подалгебр конечномерной алгебры Ли  $L$ , каждая из которых не является идеалом в  $L$  и содержит подалгебру Энгеля некоторого своего элемента, нильпотентен. В связи с этим результатом особый интерес представляют алгебры Ли  $L$ , имеющие максимальные подалгебры, которые не являются идеалами в  $L$  и не содержат подалгебр Энгеля своих элементов. Если алгебра Ли  $L$  разрешима, то любая максимальная подалгебра  $L$ , не являющаяся идеалом в ней, всегда содержит подалгебру Энгеля для некоторого своего элемента [3]. Вопрос о справедливости этого результата в случае произвольных алгебр Ли оставался открытым.

В данной работе мы приводим пример шестимерной алгебры Ли  $L$  над полем  $P$  характеристики 2, среди максимальных подалгебр которой есть подалгебры, не являющиеся идеалами в ней и не содержащие подалгебр Энгеля своих элементов. Алгебра Ли  $L$  как пространство над полем  $P$  характеристики 2 задается базисными векторами  $x, y, z, e, f, g$ , для которых произведение Ли определим следующим образом:  
 $ex = fz = gy = yz = xy = zx = 0, \quad ey = gx = z, \quad ez = fx = y, \quad fy = gz = x, \quad ef = g, \quad fg = e, \quad ge = f.$   
Непосредственная проверка показывает, что пространство  $L$  над полем  $P$  является алгеброй Ли. Подалгебра  $M = Pe \oplus Pf \oplus Pg$  является в алгебре Ли  $L$  максимальной подалгеброй, не являющейся идеалом и не содержащей подалгебр Энгеля ни для каких своих элементов. Кроме подалгебры  $M$  в алгебре Ли  $L$  есть и другие максимальные подалгебры, обладающие указанным свойством. Подалгебра  $N = Px \oplus Py \oplus Pz$  является идеалом в  $L$  и всякая максимальная подалгебра  $K$  в  $L$ , такая что  $K + N = L$ , также не содержит подалгебр Энгеля своих элементов.

#### Литература

1. Бахтурин, Ю. А. Тожества в алгебрах Ли. / Ю. А. Бахтурин. – Москва: Наука, 1985. 448 с.
2. Джекобсон, Н. Алгебры Ли. / Н. Джекобсон. – Москва: Мир, 1964. 355.
3. On maximal subalgebras of Lie algebras containing Engel subalgebras / D. Towers // J. Pure Appl. Algebra, 2012. P. 688–693.. – Vol. 131. – P. 269–272.