

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

_____ И.В. Семченко
(подпись)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД- _____/р.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа для специальности
1- 31 03 01-02 Математика
(научно-педагогическая деятельность)

Факультет	математический		
Кафедра	алгебры и геометрии		
Курс	1		
Семестры	1-2		
Лекции	64 часа	Экзамен	1, 2
Практические занятия	68 часов	Зачет	2
Курсовой проект (работа)		нет	
Самостоятельная управляемая работа студентов	4 часа		
Всего аудиторных часов по дисциплине	132 часа		
Всего часов по дисциплине	136 часов	Форма получения высшего образования	дневная

Составил В.В. Аниськов, к.ф.-м.н., доцент

Учебная программа составлена на основе типовой, утвержденной 19 декабря 2009 г.,
регистрационный номер ТД-G.166/тип.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению в качестве рабочего варианта на заседании кафедры алгебры и геометрии

_____ 200_ г., протокол № _____

Заведующий кафедрой

Профессор _____ Л.А. Шеметков

Одобрена и рекомендована к утверждению
Методическим советом математического факультета

_____ 200_ г., протокол № _____

Председатель

доцент _____ В.М. Селькин

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Аналитическая геометрия является одной из основных дисциплин, которые читаются студентам-математикам в течение первого года обучения.

Главными целями курса аналитической геометрии являются:

- освоение новых по сравнению с элементарной геометрией пространств: многомерных, евклидовых, проективных, аффинных и изучение типичных фигур в этих пространствах;
- овладение основным методом исследования в аналитической геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области аналитической геометрии для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие задачи.

В первом семестре с целью сохранения преемственности со школьной геометрией, рассмотрение ограничивается трехмерным евклидовым пространством, при этом, векторы в трехмерном евклидовом пространстве, прямые на евклидовой плоскости, прямые и плоскости в трехмерном евклидовом пространстве изучаются всесторонне с точки зрения высшей математики. Далее рассматриваются фигуры второго порядка на евклидовой плоскости и в евклидовом пространстве.

Во втором семестре основное внимание уделяется геометрии многомерных пространств: аффинных, евклидовых и проективных. Определяются и изучаются фигуры первого и второго порядков в вещественных аффинных и евклидовых пространствах; аффинные преобразования и движения; аффинная и евклидова геометрия; элементы проективной геометрии.

В течение всего процесса обучения происходит систематическое изучение геометрических преобразований, проведение теоретико-группового взгляда на геометрию.

В соответствии с образовательным стандартом в результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

- векторы в трехмерном евклидовом пространстве, операции над векторами;
- эллипс, гиперболу, параболу, эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды, их канонические уравнения и свойства;
- понятия аффинного, евклидова и проективного пространств; реперы и координаты точек; многомерные плоскости и фигуры второго порядка; группы геометрических преобразований.

уметь:

- выполнять операции над векторами; записывать общие и параметрические уравнения плоскостей в различных пространствах. Определять их взаимное расположение;
- по общему уравнению фигуры второго порядка на евклидовой двумерной плоскости и в евклидовом трехмерном пространстве определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат; приводить общее уравнение фигуры второго порядка в аффинном пространстве к нормальному виду.

Аналитическая геометрия играет важную роль в математическом образовании, так как ее конструкции, идеи и методы исследований широко используются в других математических дисциплинах. В свою очередь, для успешного изучения аналитической геометрии требуется знание ряда разделов высшей алгебры, что требует достаточно тесного согласования изучаемой дисциплины с параллельно читаемой дисциплиной «Алгебра и теория чисел».

Общее количество часов – 227; аудиторное количество часов — 136, из них: лекции — 64, практические занятия — 68, контролируемая самостоятельная работа — 4. Форма отчётности — зачет (15) и 2 экзамена (60).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Роль геометрии в математике и ее приложениях. Предмет и метод аналитической геометрии.

Векторы и координаты

Направленные отрезки. Векторы как классы эквивалентных направленных отрезков. Сложение векторов, умножение вектора на число, откладывание вектора от точки. Проекция. Деление отрезка в данном соотношении. Линейная зависимость и независимость векторов, коллинеарность и компланарность. Базисы и реперы. Аффинная и прямоугольная системы координат. Полярные, сферические и цилиндрические координаты. Преобразование координат. Фигуры и уравнения. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых. Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Связка прямых и плоскостей. Формулы расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости. Геометрический смысл неравенств с двумя и тремя переменными.

Фигуры второго порядка на плоскости

Эллипс – различные определения, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Гипербола – определение, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола – определение, каноническое уравнение, фокус и директриса. Параметрические уравнения эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса. Гиперболы и параболы в полярных координатах. Общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости, приведение его к каноническому виду. Классификация фигур второго порядка на плоскости.

Фигуры второго порядка в пространстве

Фигуры вращения второго порядка, переход к общим фигурам второго порядка. Сфера, эллипсоид вращения, трехосный эллипсоид. Параболоид вращения, эллиптический параболоид. Однополостный гиперболоид вращения, однополостный гиперболоид общего вида. Двуполостный гиперболоид вращения, двуполостный гиперболоид общего вида. Гиперболический параболоид. Прямолинейные образующие. Цилиндры второго порядка – эллиптический, параболический, гиперболический. Конус второго порядка, конические сечения.

Аффинное n -мерное пространство A^n

Понятие аффинного пространства. Координаты в n -мерном пространстве. Многомерные плоскости в пространстве A^n . Общие и параметрические уравнения плоскостей в пространстве A^n . Взаимное расположение двух плоскостей. Бариецентрические

координаты. Понятие выпуклой фигуры. Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Аффинные преобразования. Геометрия аффинной группы.

Точечное n -мерное евклидово пространство E^n

Понятие n -мерного евклидова пространства E^n . Координаты в пространстве E^n . Плоскости в пространстве E^n , ортогональность плоскостей. Шары, сферы, симплексы, параллелепипеды. Расстояние от точки до гиперплоскости. Объем параллелепипеда. Движения пространства E^n . Классификация движений в E^2 и в E^3 . Аффинные преобразования пространства E^n .

Квадрики в аффинном пространстве $A^n(i)$

Понятие вещественно-комплексного n -мерного аффинного пространства $A^n(i)$. Понятие алгебраической линии и поверхности. Квадрики в пространстве $A^n(i)$. Пересечение квадрики с парямой. Асимптотические направления. Линии эллиптического, гиперболического и параболического типов на плоскости $A^2(i)$. Центры квадрик. Диаметральные плоскости квадрики. Диаметры линий второго порядка. Приведение уравнений квадрики к нормальному виду с помощью преобразований координат. Аффинная классификация квадрик в пространстве $A^n(i)$. Аффинная классификация линий второго порядка. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.

Квадрики в евклидовом пространстве $E^n(i)$

Понятие вещественно-комплексного n -мерного евклидова пространства $E^n(i)$. Приведение уравнения квадрики в пространстве $E^n(i)$ к каноническому виду. Исследование поверхности второго порядка в пространстве $E^n(i)$ по общему уравнению.

Проективная плоскость RP^2 и проективное пространство P^n

Две модели вещественной проективной плоскости RP^2 , однородные и неоднородные координаты. Принцип двойственности для проективной плоскости. Проективные преобразования плоскости RP^2 . Кривые второго порядка на проективной плоскости RP^2 . Понятие n -мерного проективного пространства P^n . Аффинная карта проективного пространства P^n . Координаты и плоскости в пространстве P^n . Проективные преобразования. Сложное отношение четырех точек. Геометрия проективной группы. Квадрики в вещественно-комплексном проективном пространстве $P^n(i)$. Аксиоматика проективной геометрии.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная работа студента			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение	1						
1.1	<i>Введение.</i> 1. Роль геометрии в математике. 2. Предмет и методы аналитической геометрии	1					[1,2]	
2	Векторы и координаты	12	10					
2.1.	<i>Векторы и линейные операции над ними</i> 1. Направленные отрезки. 2. Определение вектора как класса эквивалентных направленных отрезков. 3. Линейные операции над векторами.	1	2				[1,2,5]	
2.2	<i>Аффинные системы координат</i> 1. Проекция вектора на ось. 2. Разложения векторов. 3. Координаты вектора и точки на плоскости. 4. Координаты вектора и точки в пространстве.	2					[1,2,5]	
2.3	<i>Произведения векторов</i> 1. Скалярное произведение векторов. 2. Векторное произведение векторов. 3. Смешанное произведение векторов.	3	2				[1,2,5]	

2.4	<i>Действия над векторами, заданными прямоугольными координатами</i> 1. Линейные операции над векторами, заданными прямоугольными координатами. 2. Скалярное произведение векторов, заданных прямоугольными координатами. 3. Векторное произведение векторов, заданных прямоугольными координатами. 4. Смешанное произведение векторов, заданных прямоугольными координатами. 5. Расстояние между точками, деление отрезка в данном соотношении.	2	4				[1,2,5]	
2.5	<i>Уравнения фигур</i> 1. Уравнение линии на плоскости. 2. Уравнение поверхности в пространстве. 3. Уравнение линии в пространстве.	1	1				[1,2,5]	
2.6	<i>Неаффинные системы координат</i> 1. Полярная система координат. 2. Сферическая система координат. 3. Цилиндрическая система координат.	2	1				[1,2,5]	
2.7	<i>Преобразования координат</i> 1. Параллельный перенос, поворот и общее преобразование системы координат на плоскости. 2. Параллельный перенос, поворот и общее преобразование системы координат в пространстве. 3. Сжатие системы координат на плоскости и в пространстве.	1	2				[1,2,5]	
2.8.	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 2							Контрольная работа
3	Прямая и плоскость	10	14					
3.1	<i>Прямая на плоскости</i> 1. Общее уравнение прямой на плоскости. 2. Геометрический смысл знака выражения $Ax+By+C$. 3. Различные виды уравнения прямой на плоскости. 4. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности на плоскости. 5. Расстояние от точки до прямой, пучок прямых на плоскости.	4	6				[1,2,5]	

3.2	<i>Плоскость в пространстве</i> 1. Общее уравнение плоскости в пространстве. 2. Геометрический смысл знака выражения $Ax+By+Cz+D$. 3. Различные виды уравнения плоскости в пространстве. 4. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей в пространстве. 5. Расстояние от точки до плоскости, пучок плоскостей в пространстве.	2	4				[1,2,5]	
3.3	<i>Прямая и плоскость в пространстве</i> 1. Различные виды уравнения прямой в пространстве. 2. Угол между прямыми в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве. 3. Угол между прямой и плоскостью в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве. 4. Расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между скрещивающимися прямыми..	4	6				[1,2,5]	
3. 4	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 3							Контрольная работа
4	Фигуры второго порядка на плоскости	11	16					
4.1	<i>Эллипс</i> 1. Эллипс и его каноническое уравнение. 2. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. 3. Эксцентриситет эллипса.	2	2				[1,2,5]	
4.2	<i>Гипербола</i> 1. Гипербола и ее каноническое уравнение. 2. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. 3. Асимптоты гиперболы. 4. Эксцентриситет гиперболы.	2	2				[1,2,5]	
4.3	<i>Парабола</i> 1. Парабола и ее каноническое уравнение. 2. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.	1	2				[1,2,5]	

4.4	<i>Линии второго порядка в полярных координатах</i> 1. Директрисы эллипса и гиперболы. 2. Директориальное свойство линий второго порядка. 3. Уравнение линии второго порядка в полярных координатах.	1	2				[1,2,5]	
4.5	<i>Упрощение общего уравнения линии второго порядка преобразованием координат</i> 1. Общее уравнение линии второго порядка. 2. Упрощение общего уравнения линии второго порядка преобразованием поворота. 3. Упрощение общего уравнения линии второго порядка преобразованием параллельного переноса. 4. Общее преобразование координат при упрощении общего уравнения линии второго порядка. 5. Изображение линии второго порядка в системе координат при помощи полученного канонического уравнения.	2	4				[1,2,5]	
4.6	<i>Упрощение общего уравнения линии второго порядка с помощью инвариантов</i> 1. Центр линии второго порядка. 2. Исследование общего уравнения линии второго порядка, имеющей единственный центр. 3. Исследование общего уравнения линии второго порядка, не имеющей центра. 4. Исследование общего уравнения линии второго порядка, имеющей бесконечное множество центров. 5. Классификационная теорема линий второго порядка.	3	4				[1,2,5]	
	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 4							Контрольная работа
								Экзамен
5	Фигуры второго порядка в пространстве	8	8					
5.1	<i>Поверхности, образуемые с помощью вращения</i> 1. Вращение плоской фигуры вокруг оси в пространстве. 2. Поверхность вращения. 3. Различные типы поверхностей вращения. 4. Поверхности, образуемые из поверхностей вращения с помощью преобразования сжатия.	4	4				[1,2,5]	

5.2	<i>Линейчатые поверхности</i> 1. Конические поверхности. 2. Конические сечения. 3. Цилиндрические поверхности. 4. Гиперболический параболоид. 5. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида и однополостного гиперboloида.	4	4				[1,2,5]	
5.3	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 5							Контрольная работа
6	Аффинное n-мерное пространство A^n	6	6					
6.1	<i>Понятие аффинного пространства</i> A^n 1. Определение аффинного пространства A^n . 2. Координаты точки в аффинном пространстве A^n . 3. Координаты вектора в аффинном пространстве A^n .	2					[1,3]	
6.2	<i>Плоскости в аффинном пространстве</i> A^n 1. Понятие плоскости в аффинном пространстве A^n . 2. Аффинно независимые точки. 3. Уравнение плоскости в аффинном пространстве A^n . 4. Плоскости в аффинном пространстве A^n и системы линейных уравнений. 5. Взаимное расположение двух плоскостей в аффинном пространстве A^n .	2	4				[1,3,5]	
6.3	<i>Аффинные отображения</i> 1. Понятие аффинного отображения. 2. Аффинные преобразования. 3. Геометрия аффинной группы. 4. Коллинеарные точки в аффинном пространстве A^n .	2	2				[1,3,5]	
	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 6							Контрольная работа
7	Точечное n-мерное пространство E^n	5	4					
7.1	<i>Понятие евклидова точечного пространства</i> E^n	1					[1,3]	

	1. Определение евклидова точечного пространства E^n 2. Расстояние между точками в евклидовом точечном пространстве E^n						
7.2	<i>Плоскости в евклидовом точечном пространстве E^n</i> 1. Плоскости в евклидовом точечном пространстве E^n 2. Расстояние от точки до гиперплоскости в евклидовом точечном пространстве E^n 3. Объем параллелепипеда в евклидовом точечном пространстве E^n	2	2			[1,3]	
7.3	<i>Преобразования евклидова точечного пространства E^n</i> 1. Движения в евклидовом точечном пространстве E^n 2. Движения евклидовой точечной плоскости. 3. Движения трехмерного евклидова точечного пространства. 4. Аффинное преобразование евклидова точечного пространства E^n	2	2			[1,3]	
8	Квадрики в аффинном пространстве $A^n(i)$	5	4				
8.1	<i>Понятие квадрики</i> 1. Пространство $A^n(i)$. 2. Определение квадрики. 3. Уравнение квадрики.	1				[1,3]	
8.2	<i>Пересечение квадрики с прямой</i> 1. Точки пересечения квадрики и прямой 2. Асимптотические направления. 3. Центр квадрики. 4. Диаметральные плоскости. 5. Диаметры линий второго порядка.	2	2			[1,3,4]	
8.3	<i>Аффинная классификация квадрик</i> 1. Приведение уравнения квадрики к нормальному виду с помощью преобразования координат. 2. Аффинная классификация квадрик. 3. Аффинная классификация линий второго порядка на плоскости $A^2(i)$. 4. Аффинная классификация поверхностей второго порядка в пространстве $A^3(i)$.	2	2			[1,3,5]	

								Экзамен
--	--	--	--	--	--	--	--	---------

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень тем практических занятий

1. Векторы и линейные операции над ними.
2. Произведения векторов.
3. Действия над векторами, заданными прямоугольными координатами.
4. Множество точек.
5. Системы координат.
6. Преобразования координат.
7. Прямая на плоскости.
8. Плоскость в пространстве.
9. Прямая и плоскость в пространстве.
10. Эллипс.
11. Гипербола.
12. Парабола.
13. Линии второго порядка в полярных координатах.
14. Упрощение общего уравнения линии второго порядка с помощью преобразования координат.
15. Упрощение общего уравнения линии второго порядка с помощью инвариантов
16. Сфера и эллипсоид.
17. Гиперболоиды и параболоиды.
18. Конические и цилиндрические поверхности.
19. Плоскости в аффинном пространстве.
20. Аффинные отображения.
21. Плоскости в евклидовом точечном пространстве.
22. Преобразования евклидова точечного пространства.
23. Пересечение квадрики с прямой.
24. Аффинная классификация квадрик.
25. Квадрики в евклидовом точечно-комплексном пространстве.
26. Упрощение общего уравнения поверхности второго порядка с помощью метрических инвариантов.

Формы контроля знаний

1. Контрольные работы

Темы контрольных работ

1. Векторы.
2. Прямая и плоскость.
3. Фигуры второго порядка на плоскости.
4. Фигуры второго порядка в пространстве.
5. Аффинное n -мерное пространство.
6. Квадрики.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Александров, П.С. Лекции по аналитической геометрии: учеб. пособие для вузов / П.С. Александров. – М.: Наука, 1968. – 911 с.
2. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Часть 1: учеб. пособие для вузов / М.В.Милованов, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко. – Мн.: Вышэйшая школа, 1984. – 302 с.
3. Алгебра и аналитическая геометрия. Часть 2: учеб. пособие для вузов / М.В.Милованов, М.М.Толкачев, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко. – Мн.: Вышэйшая школа", 1987. – 269 с.
4. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учеб. пособие для втузов / О.Н. Цубербиллер. – М.: Наука, 1968. – 336 с.
5. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии : учеб. Пособие для вузов / А.А.Бурдун [и др.]. – Мн.: "Университетское", 1989. – 286 с.

Дополнительная

1. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для вузов / П.С. Александров – М.: Наука, 1979. – 511 с.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для вузов / Д.В. Беклемишев. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
3. Дадаян, А.А. Алгебра и геометрия: учеб. пособие для вузов / А.А. Дадаян, В.А.Дударенко. – Мн.: Вышэйшая школа, 1989. – 288 с.
4. Моденов, П.Р. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для вузов / П.Р. Моденов, А.С. Пархоменко – М.: Наука, 1976. – 384 с.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Кафедра математического анализа и методики преподавания математики		Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № _____ от _____ 20__

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
алгебры и геометрии
(протокол № ____ от _____ 200_ г.)

Заведующий кафедрой

алгебры и геометрии
д-р ф.-м.н., профессор

_____ Л.А. Шеметков

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
к.ф.-м.н., доцент

_____ С.П. Жогаль