

УДК 534.26

## ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОСЛАБЛЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ ПРОНИЦАЕМОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Г.Ч. Шушкевич, Н.Н. Киселева

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно

## CALCULATION OF THE ATTENUATION COEFFICIENT OF THE SOUND FIELD OF A SPHERICAL RADIATOR BY PENETRABLE SPHERICAL SHELL

G.Ch. Shushkevich, N.N. Kiseleva

Y. Kupala Grodno State University, Grodno

Построено аналитическое решение граничной задачи, описывающей процесс проникновения звукового поля сферического излучателя, который расположен внутри тонкой незамкнутой сферической оболочки, через проницаемую сферическую оболочку. Численно исследуется влияние некоторых параметров задачи на значение коэффициента ослабления (экранирования) звукового поля внутри сферической оболочки.

**Ключевые слова:** парные сумматорные уравнения по полиномам Лежандра, бесконечная система линейных алгебраических уравнений второго рода с вполне непрерывным оператором, коэффициент ослабления звукового поля.

The analytical solution of the boundary problem which describes the process of penetration of the sound field of a spherical radiator located inside a thin unclosed spherical shell, through the permeable spherical shell is constructed. The influence of some parameters of the problem on the value of the attenuation coefficient (screening) of a sound field inside the spherical shell is numerically investigated.

**Keywords:** dual series equations for Legendre polynomials, infinite system of linear algebraic equations of the second kind with a completely continuous operator, attenuation coefficient of a sound field.

### Введение

Задача о рассеянии звуковых волн на системе тел различной конфигурации имеет большое количество практических приложений в электроакустике, гидроакустике, медицинской диагностике, биоакустике, конструировании многослойных звукопоглощающих панелей для защиты от шума и вибрации [1]–[5].

Библиография по решению задач рассеяния весьма обширна. Рассмотрим лишь некоторые работы, имеющие отношение к данной теме исследования.

Рассеяние плоской звуковой волны на двух разнесенных идеальных (акустически мягких либо жестких) сферах одинаковых или разных радиусов исследовано в работах [6]–[8]. В [9] задача рассеяния плоской звуковой волны на двух проницаемых сферах, одна из которых имеет малый радиус, решена методом разделения переменных в сочетании с теоремами сложения для сферических волновых функций. Рассеяние звука на системе тел, ограниченных гладкими поверхностями, рассмотрено в работах [10]–[12]. Задача рассеяния сферической звуковой волны на плавающем твердом сферическом теле методом граничных элементов решена в [13]. Методом разделения переменных решена задача

рассеяния плоской звуковой волны на пористой сфере [14] и сфере, покрытой эластичным пористым слоем [15]. В работах [16], [17] рассматривается рассеяние плоской звуковой волны на двух упругих сферических оболочках. В работе [18] рассмотрена дифракция звука на радиально-слоистой изотропной термоупругой сферической оболочке. В [19], используя интегральное преобразование типа Абеля, приведено решение задачи рассеяния плоской звуковой волны на сфере с отверстием.

В данной работе построено точное осесимметричное решение задачи о проникновении звукового поля через сферическую оболочку. В качестве источника поля рассматривается точечный сферический излучатель, расположенный внутри тонкой незамкнутой сферической оболочки. С помощью соответствующих теорем сложения [20] решение поставленной задачи сведено к решению парных сумматорных уравнений по полиномам Лежандра, которые преобразуются к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода с вполне непрерывным оператором. Исследуется влияние некоторых параметров задачи на значение коэффициента ослабления (экранирования) звукового поля внутри сферической оболочки.

**1 Постановка и представление решения задачи**

Пусть все пространство  $R^3$  разделено концентрическими сферами  $S_1 (r_1 = a_1)$  и  $S_2 (r_1 = a_2)$  с центром в точке  $O_1$  на три области  $D_0, D_1, D_2$  (рисунок 1.1). В области  $D_0$  находится идеально тонкая незамкнутая сферическая оболочка  $\Gamma_1$  с углом раствора  $\theta_0$ , расположенная на сфере  $\Gamma$  радиуса  $a$  с центром в точке  $O$ . В точке  $O$  расположен сферический излучатель с круговой частотой  $\omega$ . Области  $D_j, j = 0, 1, 2$ , заполнены материалом, в котором не распространяются сдвиговые волны. Плотность среды и скорость звука в области  $D_j, j = 0, 1, 2$ , обозначим соответственно через  $\rho_j, c_j$ . Расстояние между точками  $O$  и  $O_1$  обозначим через  $h$ .

Для решения задачи свяжем с точками  $O$  и  $O_1$  сферические координаты. Сферическая оболочка  $\Gamma_1$  описывается следующим образом:

$$\Gamma_1 = \{r = a, 0 \leq \theta \leq \theta_0 < \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}.$$

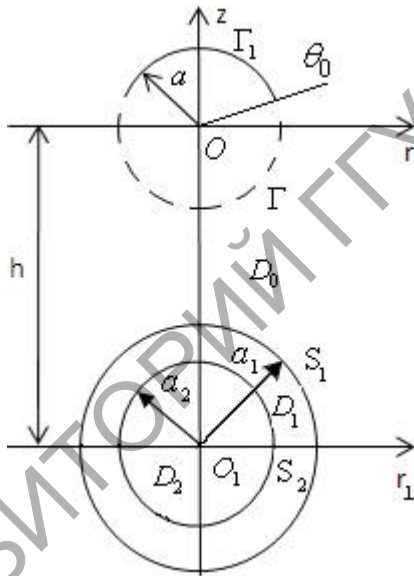


Рисунок 1.1 – Геометрия задачи

Обозначим через  $p_c$  давление исходного звукового поля,  $p_j$  – давление рассеянного звукового поля в области  $D_j, j = 0, 1, 2$ .

Решение дифракционной задачи сводится к нахождению давления  $p_j, j = 0, 1, 2$ , удовлетворяющего:

– уравнению Гельмгольца

$$\Delta p_j + k_j^2 p_j = 0,$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа,

$k_j = \omega / c_j$  – волновое число;

– граничному условию на поверхности сферической оболочки  $\Gamma_1$  – акустически жесткой оболочки:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{n}} (p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad (1.1)$$

где  $\bar{n}$  – нормаль к поверхности  $\Gamma_1$ ;

– граничным условиям на проникаемой сфере  $S_1$ :

$$p_0 \Big|_{S_1} = p_1 \Big|_{S_1}, \quad \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial \bar{n}} \Big|_{S_1} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial \bar{n}} \Big|_{S_1}, \quad (1.2)$$

где  $\bar{n}$  – нормаль к поверхности  $S_1$ ;

– граничным условиям на проникаемой сфере  $S_2$ :

$$p_1 \Big|_{S_2} = p_2 \Big|_{S_2}, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial \bar{n}} \Big|_{S_2} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial \bar{n}} \Big|_{S_2}, \quad (1.3)$$

где  $\bar{n}$  – нормаль к поверхности  $S_2$ ;

– условию на бесконечности [21]:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial p_0(M)}{\partial r} - i k_0 p_0(M) \right) = 0, \quad (1.4)$$

где  $M$  – произвольная точка пространства.

Потребуем также выполнения условия непрерывности давления на открытой части сферической оболочки  $\Gamma \setminus \Gamma_1$  и производной по нормали на сфере  $\Gamma$ :

$$(p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma \setminus \Gamma_1} = (p_0^{(1)} + p_0^{(2)}) \Big|_{\Gamma \setminus \Gamma_1}, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{n}} (p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma} = \frac{\partial}{\partial \bar{n}} (p_0^{(1)} + p_0^{(2)}) \Big|_{\Gamma}, \quad (1.6)$$

где  $\bar{n}$  – нормаль к поверхности  $\Gamma$ .

Реальные звуковые давления вычисляются по формуле

$$P_j = \text{Re} (p_j e^{-i\omega t}),$$

$i$  – мнимая единица,  $j = 0, 1, 2$ .

Давление исходного звукового поля представим в виде ряда по сферическим волновым функциям [21]

$$\begin{aligned} p_c(r, \theta) &= P \frac{e^{ik_0 r}}{r} = ik_0 P h_0^{(1)}(kr) = \\ &= P \sum_{n=0}^{\infty} f_n h_n^{(1)}(k_0 r) P_n(\cos \theta), \quad (1.7) \\ f_n &= ik_0 \delta_{0n}, \end{aligned}$$

где  $h_n^{(1)}(kr)$  – сферические функции Ханкеля,  $P_n(\cos \theta)$  – полиномы Лежандра [22],  $\delta_{0n}$  – символ Кронекера,  $P = \text{const}$  [23].

Представим давление  $p_j$  рассеянного звукового поля в области  $D_j, j = 0, 1, 2$ , в виде суперпозиции базисных решений уравнения Гельмгольца, принимая во внимание условие на бесконечности (1.4):

$$p_0 = \begin{cases} p_0^{(0)}(r, \theta) = \\ = P \sum_{n=0}^{\infty} c_n j_n(k_0 r) P_n(\cos \theta), r < a, \\ p_0^{(1)}(r, \theta) + p_0^{(2)}(r_1, \theta_1), \end{cases} \quad (1.8)$$

$$p_0^{(1)}(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} x_n h_n^{(1)}(k_0 r) P_n(\cos \theta), r > a, \\ p_0^{(2)}(r_1, \theta_1) = \\ = P \sum_{n=0}^{\infty} y_n h_n^{(1)}(k_0 r_1) P_n(\cos \theta_1), r_1 > a_1, \quad (1.9)$$

$$p_1(r_1, \theta_1) = P \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(1)} j_n(k_1 r_1) P_n(\cos \theta_1) + \\ + P \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(1)} h_n^{(1)}(k_1 r_1) P_n(\cos \theta_1) \text{ в } D_1, \quad (1.10)$$

$$p_2(r_1, \theta_1) = P \sum_{n=0}^{\infty} d_n j_n(k_2 r_1) P_n(\cos \theta_1) \text{ в } D_2, \quad (1.11)$$

где  $j_n(kr)$  – сферические функции Бесселя первого рода [22].

Неизвестные коэффициенты  $c_n, x_n, y_n, a_n^{(1)}, b_n^{(1)}, d_n$  подлежат определению из граничных условий.

### 2 Выполнение граничных условий

Выполним граничные условия (1.1), (1.5), (1.6). Для этого представим функцию  $p_0^{(2)}(r_1, \theta_1)$  через сферические волновые функции в системе координат с началом в точке  $O$ , используя формулу [20], [21]

$$h_n^{(1)}(k_0 r_1) P_n(\cos \theta_1) = \\ = \sum_{l=0}^{\infty} A_n^{(l)}(h) j_l(k_0 r) P_l(\cos \theta), r < h,$$

где  $A_n^{(l)}(h) = (2l+1) \sum_{\sigma=|l-n|}^{l+n} i^{\sigma+l-n} b_{\sigma}^{(n0|0)} h_{\sigma}^{(1)}(k_0 h)$ ,

$b_{\sigma}^{(n0q0)} = (nq00 | \sigma 0)^2, (nq00 | \sigma 0)$  – коэффициенты Клебша-Гордона [21].

Тогда

$$p_0^{(2)}(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} T_n j_n(k_0 r) P_n(\cos \theta), \\ T_n = \sum_{k=0}^{\infty} y_k A_{kn}(h). \quad (2.1)$$

Принимая во внимание представления (1.7)–(1.9), (2.1), граничное условие (1.6) с учетом условия ортогональности полиномов Лежандра на отрезке  $[0, \pi]$  примет вид

$$f_n \frac{d}{d\xi} h_n^{(1)}(\xi_0) + c_n \frac{d}{d\xi} j_n(\xi_0) = x_n \frac{d}{d\xi} h_n^{(1)}(\xi_0) +$$

$$+ T_n \frac{d}{d\xi} j_n(\xi_0), \xi_0 = k_0 a, n = 0, 1, \dots \quad (2.2)$$

Выполним граничные условия (1.1), (1.5). В полученных уравнениях исключим коэффициенты  $c_n$  с помощью представления (2.2) и, принимая во внимание вронскиан функций  $j_n(x), h_n^{(1)}(x)$  [22], получим парные сумматорные уравнения по полиномам Лежандра вида

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} x_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) P_n(\cos \theta) = \\ = - \sum_{n=0}^{\infty} T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) P_n(\cos \theta), 0 \leq \theta < \theta_0, \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_n - f_n}{d \xi_0} P_n(\cos \theta) = 0, \theta_0 < \theta \leq \pi. \end{cases} \quad (2.3)$$

Для преобразования парных сумматорных уравнений (2.3) введем в рассмотрение новые коэффициенты  $X_n$  по формуле

$$x_n = X_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) + f_n, n = 0, 1, \dots, \quad (2.4)$$

и малый параметр  $g_n$  по формуле

$$g_n = 1 + \frac{4i\xi_0^3}{2n+1} \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0), \\ g_n = O(n^{-2}). \quad (2.5)$$

В результате парные сумматорные уравнения (2.3) преобразуются к виду:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(1-g_n) X_n P_n(\cos \theta) = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(\tilde{f}_n + \tilde{T}_n) P_n(\cos \theta), 0 \leq \theta < \theta_0, \\ \sum_{n=0}^{\infty} X_n P_n(\cos \theta) = 0, \theta_0 < \theta \leq \pi, \end{cases} \quad (2.6)$$

где

$$\tilde{T}_n = 4i\xi_0^3 T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) / (2n+1), \\ \tilde{f}_n = 4i\xi_0^3 f_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) / (2n+1).$$

Используя интегральные представления для полиномов Лежандра, парные сумматорные уравнения (2.6) преобразуются к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода с вполне непрерывным оператором [19], [24]

$$X_n - \sum_{k=0}^{\infty} g_k R_{nk} X_k = \sum_{k=0}^{\infty} (\tilde{T}_k + \tilde{f}_k) R_{nk}, \quad (2.7) \\ n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$R_{ns} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_0} \sin(n+0,5)t \sin(s+0,5)t dt,$$

$$R_{ns} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\sin(n-s)\theta_0}{n-s} - \frac{\sin(n+s+1)\theta_0}{n+s+1} \right],$$

$$\left. \frac{\sin(n-s)\theta_0}{n-s} \right|_{n=s} = \theta_0.$$

Для выполнения граничных условий (1.2), (1.3) представим функцию  $p_0^{(1)}(r, \theta)$  через сферические волновые функции в системе координат с началом в точке  $O_1$ , используя формулу [20], [21]

$$h_n^{(1)}(k_0 r) P_n(\cos \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} B_{nl}(h) j_l(k_0 r_1) P_l(\cos \theta_1), \quad r_1 < h,$$

где

$$B_{nl}(h) = (2l+1) \sum_{\sigma=|l-n|}^{l+n} (-1)^\sigma i^{\sigma+l-n} b_\sigma^{(n0l0)} h_\sigma^{(1)}(k_0 h).$$

Тогда

$$p_0^{(1)}(r_1, \theta_1) = P \sum_{n=0}^{\infty} Z_n j_n(k_0 r_1) P_n(\cos \theta_1),$$

$$Z_n = \sum_{p=0}^{\infty} x_p B_{pn}(h). \quad (2.8)$$

Принимая во внимание представления давлений (1.10), (1.11), (2.8), выполняя граничные условия (1.2), учитывая ортогональность полиномов Лежандра на отрезке  $[0; \pi]$ , получим систему линейных уравнений вида:

$$\begin{cases} m_{11}(n)y_n + m_{12}(n)a_n^{(1)} + m_{13}(n)b_n^{(1)} = m_1(n)Z_n, \\ m_{21}(n)y_n + m_{22}(n)a_n^{(1)} + m_{23}(n)b_n^{(1)} = m_2(n)Z_n, \\ m_{32}(n)a_n^{(1)} + m_{33}(n)b_n^{(1)} + m_{34}(n)d_n = 0, \\ m_{42}(n)a_n^{(1)} + m_{43}(n)b_n^{(1)} + m_{44}(n)d_n = 0, \end{cases} \quad (2.9)$$

где

$$m_{11}(n) = h_n^{(1)}(\xi_1),$$

$$m_{12}(n) = -j_n(\xi_{11}),$$

$$m_{13}(n) = -h_n^{(1)}(\xi_{11}),$$

$$m_{21}(n) = \frac{k_0}{\rho_0} \frac{d}{d\xi_1} h_n^{(1)}(\xi_1),$$

$$m_{22}(n) = -\frac{k_1}{\rho_1} \frac{d}{d\xi_{11}} j_n(\xi_{11}),$$

$$m_{23}(n) = -\frac{k_1}{\rho_1} \frac{d}{d\xi_{11}} h_n^{(1)}(\xi_{11}),$$

$$m_{32}(n) = j_n(\xi_{12}),$$

$$m_{33}(n) = h_n^{(1)}(\xi_{12}),$$

$$m_{34}(n) = -j_n^{(1)}(\xi_{22}),$$

$$m_{42}(n) = \frac{k_1}{\rho_1} \frac{d}{d\xi_{12}} j_n(\xi_{12}),$$

$$m_{43}(n) = \frac{k_1}{\rho_1} \frac{d}{d\xi_{12}} h_n^{(1)}(\xi_{12}),$$

$$m_{44}(n) = -\frac{k_2}{\rho_2} j_n \frac{d}{d\xi_{22}}(\xi_{22}),$$

$$m_1(n) = -j_n(\xi_1),$$

$$m_2(n) = -\frac{k_0}{\rho_0} \frac{d}{d\xi_1} j_n(\xi_1),$$

$$\xi_1 = k_0 a_1, \quad \xi_{11} = k_1 a_1,$$

$$\xi_{12} = k_1 a_2, \quad \xi_{22} = k_2 a_2.$$

Решая систему (2.9), получим

$$y_n = W_1(n)Z_n, \quad d_n = W_2(n)Z_n, \quad (2.10)$$

где

$$W_1(n) = \Delta_1(n) / \Delta(n),$$

$$W_2(n) = \Delta_4(n) / \Delta(n),$$

$$\Delta(n) = (m_{11}(n)m_{23}(n) - m_{13}(n)m_{21}(n)) \times$$

$$\times (m_{34}(n)m_{42}(n) - m_{44}(n)m_{32}(n)) +$$

$$+ (m_{11}(n)m_{22}(n) - m_{21}(n)m_{12}(n)) \times$$

$$\times (m_{44}(n)m_{33}(n) - m_{34}(n)m_{43}(n)),$$

$$\Delta_1(n) = m_1(n)m_{34}(n) \times$$

$$\times (m_{22}(n)m_{43}(n) - m_{23}(n)m_{42}(n)) -$$

$$- m_1(n)m_{44}(n)(m_{22}(n)m_{33}(n) - m_{23}(n)m_{32}(n)) -$$

$$- m_2(n)m_{34}(n)(m_{12}(n)m_{43}(n) - m_{13}(n)m_{42}(n)) +$$

$$+ m_2(n)m_{44}(n)(m_{12}(n)m_{33}(n) - m_{13}(n)m_{32}(n)),$$

$$\Delta_4(n) = (m_{32}(n)m_{43}(n) - m_{33}(n)m_{42}(n)) \times$$

$$\times (m_1(n)m_{21}(n) - m_2(n)m_{11}(n)).$$

Из соотношений (2.1), (2.4), (2.8), (2.10) следует связь между коэффициентами  $T_n$  и  $X_n$ :

$$T_n = \sum_{m=0}^{\infty} S_{mn} X_m + \tilde{f}_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.11)$$

где

$$S_{mn} = \frac{d}{d\xi_0} j_m(\xi_0) \sum_{s=0}^{\infty} W_1(s) B_{ms}(h) A_{sn}(h),$$

$$\tilde{f}_n = ik_0 \sum_{s=0}^{\infty} W_1(s) B_{0s}(h) A_{sn}(h).$$

Преобразуем правую часть (2.7). Исключим из правой части коэффициенты  $\tilde{T}_n$  с помощью представления (2.11) и получим бесконечную СЛАУ второго рода

$$X_n - \sum_{k=0}^{\infty} (g_k R_{nk} + \alpha_{nk}) X_k = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \tilde{f}_k + 4i\xi_0^3 \frac{d}{d\xi_0} j_k(\xi_0) \tilde{f}_k / (2k+1) \right) R_{nk}, \quad (2.12)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\alpha_{nk} = 4i\xi_0^3 \sum_{p=0}^{\infty} \frac{d}{d\xi_0} j_p(\xi_0) R_{np} S_{kp} / (2p+1).$$

Коэффициенты  $d_n$ , входящие в представление давления в области  $D_2$ , вычисляются через решение системы (2.12) по формуле

$$d_n = W_2(n) \sum_{p=0}^{\infty} \left( X_p \frac{d}{d\xi_0} j_p(\xi_0) + f_p \right) B_{pn}(h). \quad (2.13)$$

Коэффициент ослабления звукового поля в области  $D_2$  вычислим по формуле

$$K(r_1, \theta_1) = |p_2(r_1, \theta_1)| / |p_c|, \quad 0 \leq r_1 \leq a_2,$$

где

$$p_c(r_1, \theta_1) = P i k_0 \sum_{n=0}^{\infty} B_{0n}(h) j_n(k_0 r_1) P_n(\cos \theta_1).$$

Если незамкнутая сферическая оболочка  $\Gamma_1$  отсутствует, то решение задачи сводится к решению системы (2.9). В этом случае величина  $Z_n$ , входящая в правую часть, вычисляется по формуле  $Z_n = i k_0 B_{0n}(h)$ , а коэффициенты  $d_n$ , входящие в представление давления в области  $D_2$  – по формуле  $d_n = W_2(n) Z_n$ .

### 3 Вычислительный эксперимент

Используя систему компьютерной алгебры MathCAD [25], были проведены вычисления коэффициента ослабления звукового поля в области  $D_2$  для некоторых параметров задачи.

Сферические функции

$$j_n(x), \quad h_n^{(1)}(x) = j_n(x) + i y_n(x)$$

вычислялись с помощью встроенных функций  $js(n, x)$  и  $ys(n, x)$ . Здесь  $y_n(x)$  – сферическая функция Бесселя второго рода [22]. Производные сферических функции вычислялись с помощью формулы [22, с. 258]

$$\frac{d}{dx} f_n(x) = n f_n(x) / x - f_{n+1}(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Коэффициенты Клебша-Гордона  $b_{\sigma}^{(n0q0)}$  вычислялись по формуле (3.4.17) [21, с. 127].

Бесконечная система (2.12) решалась методом усечения [21]. Вычислительный эксперимент показал, что порядок усечения для рассмотренных параметров задачи можно взять равным 75. Это обеспечивает решение системы (2.12) с точностью  $10^{-4}$ . Все бесконечные суммы, входящие в представление (2.12), вычислялись с точностью  $10^{-5}$ .

На рисунке 3.1 изображены графики коэффициента ослабления (экранирования) звукового поля  $K(0, 2; \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений радиуса  $a_2$ , если области  $D_0, D_2$  заполнены морской водой ( $\rho_0 = \rho_2 = 1030 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = c_2 = 1533 \text{ м/с}$ ), область  $D_1$  – льдом ( $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_1 = 3980 \text{ м/с}$ ),  $a = 0,1 \text{ м}$ ,  $\theta = \pi/2$ ,  $a_1 = 1 \text{ м}$ ,  $h = 2 \text{ м}$ ,  $f = 100 \text{ Гц}$ ,  $\omega = 2\pi f$ .

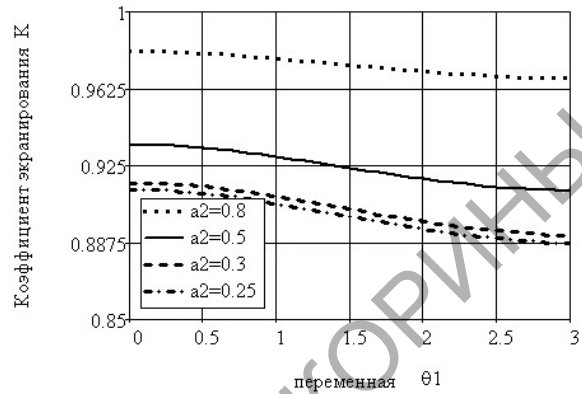


Рисунок 3.1 – Графики коэффициента ослабления звукового поля  $K(0, 2; \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений радиуса  $a_2$

На рисунке 3.2 изображены графики коэффициента ослабления звукового поля (экранирования)  $K(r_1, \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений переменной  $r_1 < a_2$ , на рисунке 3.3 –  $K(r_1, \theta_1)$ ,  $0 \leq r_1 < a_2$ , для некоторых значений переменной  $\theta_1$ , если область  $D_0$  заполнена морской водой ( $\rho_0 = 1030 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 1533 \text{ м/с}$ ), область  $D_1$  – органическим стеклом ( $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_1 = 2560 \text{ м/с}$ ), область  $D_2$  – воздухом ( $\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 343 \text{ м/с}$ ),  $a = 0,3 \text{ м}$ ,  $\theta = \pi/2$ ,  $a_1 = 1 \text{ м}$ ,  $a_2 = 0,95 \text{ м}$ ,  $h = 2,5 \text{ м}$ ,  $f = 150 \text{ Гц}$ .

На рисунке 3.4 изображены графики коэффициента ослабления звукового поля (экранирования)  $K(0, 1; \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений угла раствора  $\theta_0$  сферической оболочки  $\Gamma_1$ , если область  $D_0$  заполнена морской водой ( $\rho_0 = 1030 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 1533 \text{ м/с}$ ), область  $D_1$  – органическим стеклом ( $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_1 = 2560 \text{ м/с}$ ), область  $D_2$  – льдом ( $\rho_2 = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 3980 \text{ м/с}$ ),  $a = 0,4 \text{ м}$ ,  $a_1 = 1 \text{ м}$ ,  $a_2 = 0,8 \text{ м}$ ,  $h = 3 \text{ м}$ ,  $f = 200 \text{ Гц}$ .

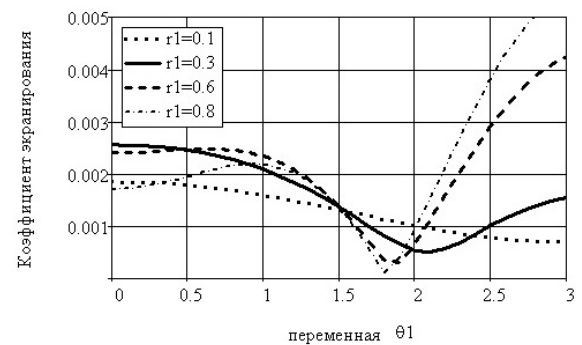


Рисунок 3.2 – Графики коэффициента ослабления звукового поля  $K(r_1, \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений переменной  $r_1$

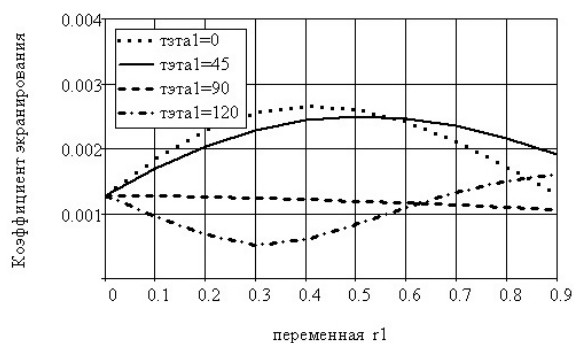


Рисунок 3.3 – Графики коэффициента ослабления звукового поля  $K(r_1, \theta_1)$ ,  $0 \leq r_1 < a_2$ , для некоторых значений переменных  $\theta_1$

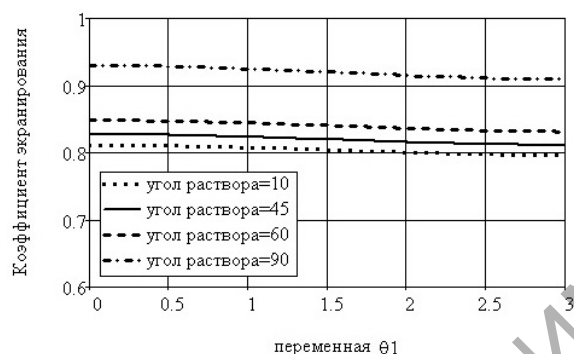


Рисунок 3.4 – Графики коэффициента ослабления звукового поля  $K(0, 1; \theta_1)$ ,  $0 \leq \theta_1 < \pi$ , для некоторых значений угла раствора  $\theta_0$  сферической оболочки  $\Gamma_1$

### Заключение

В работе показано, что решение задачи о проникновении звукового поля через проницаемую сферическую оболочку сведено к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода с вполне непрерывным оператором. В качестве источника звукового поля рассматривается точечный сферический излучатель, расположенный внутри тонкой незамкнутой сферической оболочки – акустически жесткой оболочки.

Численно исследовано влияние геометрических параметров задачи, плотности сред и скорости звука на значение коэффициента ослабления (экранирования) поля.

Разработанная методика и программное обеспечение могут найти практическое использование в задачах экранирования звуковых полей.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Raichel, D.R. The science and applications of acoustics / D.R. Raichel // NY : Springer Science+Business Media. – 2006. – 663 p.
2. 6th National Conference ACOUSTICS 2012 [Electronic resource]. – Mode of access : <http://conferences.ionio.gr/acoustics2012/en/>. – Date of access : 05.11.2012.

3. International Conference on Noise and Vibration Engineering [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.isma-isaac.be/>. – Date of access : 05.11.2012.

4. Second International Conference of Acoustics and Vibration, ISAV2012, Engineering [Electronic resource]. – Mode of access : <http://isav.ir/2012/index.php/> –Date of access : 05.11.2012.

5. III Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием «Защита населения от повышенного шумового воздействия» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://onlinereg.ru/noise2011>. – Дата доступа : 07.11.2012.

6. Марневская, Л.А. Решение некоторых задач дифракции звуковых волн на сферах и сферических приемниках: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.02 / Л.А. Марневская ; Бел.гос.ун-т. – Мн., 1979. – 18 с.

7. Acoustic scattering by a pair of spheres / C.G. Gaunard [et al.] // J. Acous. Soc. Amer. – 1995. – Vol. 98. – P. 495–507.

8. Gabrielli, P. Acoustic scattering by two spheres: Multiple scattering and symmetry considerations / P. Gabrielli, M. Mercier-Finidori // J. of Sound and Vibration. – 2001. – Vol. 241. – P. 423–439.

9. Румелиотис, Дж.А. Рассеяние звуковых волн на двух сферических телах, одно из которых имеет малый радиус / Дж.А. Румелиотис, А.Д. Котсис // Акустический журнал. – 2007. – Т. 5, № 1. – С. 38–49.

10. Шебеко, Г.А. Дифракция скалярной сферической волны на нескольких шарах, расположенных в полупространстве / Г.А. Шебеко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 1970. – № 3. – С. 5–10.

11. Sloan, I.H. Good approximation on the sphere, with application to geodesy and the scattering of sound / I.H. Sloan, R.S. Womersley // J. of Computational and Applied Mathematics. – 2002. – № 149. – P. 227–237.

12. Interactive resonant scattering by a cluster of air bubbles in water / N.C. Skaropoulos [et al.] // J. Acous. Soc. Amer. – 2003. – Vol. 113. – P. 3001–3011.

13. Wang, Ch.-N. The scattering of an acoustic wave incident on the rigid floating body / Ch.-N. Wang, Ch.-Ch. Tse // Applied Acoustics. – 2003. – Vol. 64, № 12. – P. 1187–1204.

14. Huang, L.N. Trapping and absorption of sound waves I a screened sphere / L.N. Huang // Wave Motion. – 1990. – Vol. 12, № 1. – P. 1–13.

15. Huang, L N. Trapping and absorption of sound waves II a sphere covered with a porous layer / L.N. Huang // Wave Motion. – 1990. – Vol. 12, № 5. – P. 401–414.

16. Huang, H.H. Acoustic scattering of a plane wave by two spherical elastic shells / H.H. Huang, G.C. Gaunard // J. Acous Soc. Amer. – 1995. – Vol. 98. – P. 2149–2156.

17. Huang, H.H. Acoustic scattering of a plane wave by two spherical elastic shells above the

coincidence frequency / Н.Н. Huang, G.C. Gaunard // J. Acous Soc. Amer. – 1997. – Vol. 101. – P. 2659–2668.

18. Ларин, Н.В. Рассеяние звука неоднородным термоупругим сферическим слоем / Н.В. Ларин, Л.А. Толоконников // Прикладная математика и механика. – 2010. – Т. 74, № 4. – С. 645–654.

19. Резуненко, В.А. Дифракция плоской звуковой волны на сфере с круговым отверстием / В.А. Резуненко // Вісник Харків. нац. універ. імен. В.Н. Каразіна. Сер. «Мат., прик. мат. і мех.». – 2009. – № 850. – С.71–77.

20. Ерофеенко, В.Т. Теоремы сложения / В.Т. Ерофеенко. – Минск : Наука и техника, 1989. – 240 с.

21. Иванов, Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е.А. Иванов. – Минск : Наука и техника, 1968. – 584 с.

22. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / М. Абрамовица под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.

23. Шендарев, Е.Л. Излучение и рассеяние звука / Е.Л. Шендарев. – Л. : Судостроение, 1989. – 304 с.

24. Шушкевич, Г.Ч. Расчет электростатических полей методом парных, тройных уравнений с использованием теорем сложения / Г.Ч. Шушкевич. – Гродно : ГрГУ, 1999. – 238 с.

25. Шушкевич, Г.Ч. Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14. Ч. 1. / Г.Ч. Шушкевич, С.В. Шушкевич. – Минск : Изд-во Гревцова, 2010. – 287 с.

Поступила в редакцию 24.11.12.