

**И. В. Бондарь, Б. В. Фалейчик**  
(БГУ, Минск)  
**РЕАЛИЗАЦИЯ НЕЯВНЫХ МЕТОДОВ РУНГЕ–КУТТЫ**  
**ДЛЯ БОЛЬШИХ ЖЁСТКИХ СИСТЕМ**

При численном моделировании нестационарных физических процессов нередки ситуации, когда дискретизация по пространственным переменным приводит к возникновению большой жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Использование явных методов для интегрирования такой системы во многих случаях не рационально, поскольку вынуждает сильно уменьшать шаг по временной переменной. Применение неявных методов в этом отношении предпочтительнее, но требует дополнительного вычислительного процесса для решения возникающих систем (не)линейных уравнений. Обычно для этих целей используется метод Ньютона или его модификации, но в случае больших размерностей их применение излишне трудоёмко. Целью работы является построение экономичных способов реализации неявных методов для систем ОДУ большой размерности.

Рассмотрим общий вид системы нелинейных уравнений, возникающей при реализации одного шага неявного  $s$ -стадийного метода Рунге-Кутты применительно к системе ОДУ размерности  $n$ :

$$k = F(k),$$

где  $k$  – вектор размерности  $ns$ . В [1] для решения этой системы предложено семейство итерационных процессов вида

$$k^{(l+1)} = \Phi(k^{(l)}), \quad \Phi(k) = k + \omega \sum_{p=1}^s \beta_p K_p, \quad K_p = R(k + \omega \sum_{q=1}^{p-1} \alpha_{pq} K_q). \quad (*)$$

Здесь  $R(k) = F(k) - k$ , а  $\alpha_{pq}, \beta_p, \omega$  – вещественные параметры, подлежащие определению. В указанной статье описан способ выбора этих параметров, гарантирующий сходимость итерационного процесса для всех линейных систем ОДУ со спектром из некоторого сектора  $\Lambda(\theta) = \{z \in \mathbb{C} : |\arg(-z)| < \theta\}$ , причём при любом шаге дискретизации. Кроме того, предлагаемые процессы не требуют обращения матриц и просты в реализации. Величина  $\theta$  зависит от спектра матрицы Бутчера используемого базового метода Рунге–Кутты и, вообще говоря, не достигает оптимального значения  $\pi/2$ . Это обстоятельство сужает класс задач, для которых применимы процессы вида (\*).

В докладе описывается модификация итерационного процесса (\*), лишенная указанного выше недостатка, то есть применимая ко всем линейным задачам со спектром из левой комплексной полуплоскости. Приводятся результаты вычислительного эксперимента.

#### Литература

1. В. В. Faleichik // Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics, vol. 5, no. 1-2, 2010, pp. 49-59